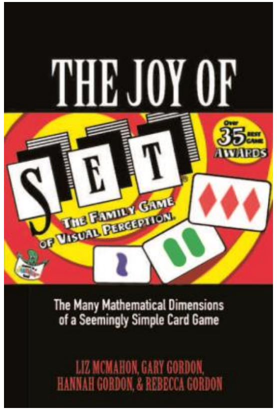
LAS MATEMÁTICAS DE SET Y DOBBLE

María Amelia León Guzmán

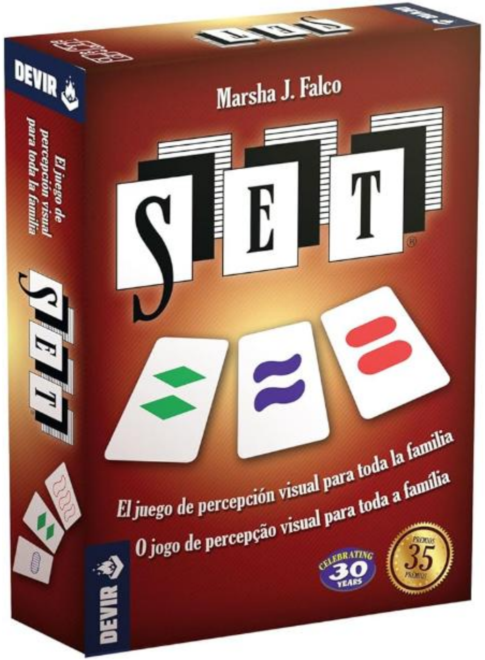
17 abril 2026

XVIII SEMINARIO NACIONAL ESTALMAT - MURCIA

¿Cómo surge la idea?



CUADERNO DE CULTURA CIENTÍFICA



DOBBLE

Acerca de Dobble: Dobble contiene más de 50 símbolos, 55 cartas, 8 símbolos por carta, y siempre hay uno y sólo un símbolo que coincide entre dos cartas. ¿Pero cómo funciona? Dobble se basa en un principio de interacción según el cual dos líneas siempre tienen un único punto en común.

En 1976, Jacques Cottereau tuvo la idea de crear la generalización de un famoso rompecabezas matemático, llamado Problema de las colegialas de Kirkman, el cual dice: " 15 alumnas salen formadas de tres en fondo durante siete días seguidos: se requiere formarlas cada día de manera que al terminar la semana no haya habido dos de ellas que hayan caminado juntas (o sea, en la misma fila) más de una vez ".

Con la ayuda de técnicas desarrolladas a partir de las teorías de los códigos de corrección de errores, construyó unas pocas estructuras con las que generalizar el problema. Estas estructuras son bien conocidas por los matemáticos bajo el nombre de "bloques equilibrados incompletos". En base a las propiedades especiales de estas estructuras (los principios de cruce y de optimización), Jacques Cottereau creó sucesivamente dos juegos "vistiéndolos" de una forma poco convencional. El primero de estos juegos, "strange retriever" se publicó en las revistas "Le Petit Archimède" y "Pour la Science".

¿Cómo surge la idea?

SET	DOBBLE
Espacio afín 4-dimensional de orden 3	Plano proyectivo
$(\mathbb{Z}_3)^4$	orden 7 (versión normal)
	orden 5 (versión infantil)

Geometría Finita

¿Cómo surge la idea?

SESIÓN 1er AÑO

Los Elementos de Euclides

Paco Gómez García
Pedro Herrero Piñeyro
Antonio Mellado Romero

SESIÓN 2º AÑO

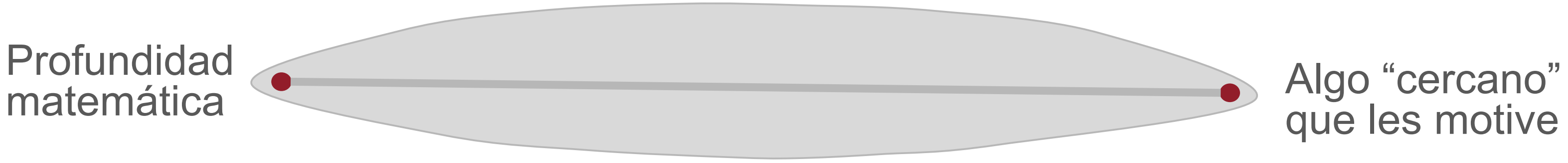
Divisibilidad y aritmética modular

Alberto del Valle Robles

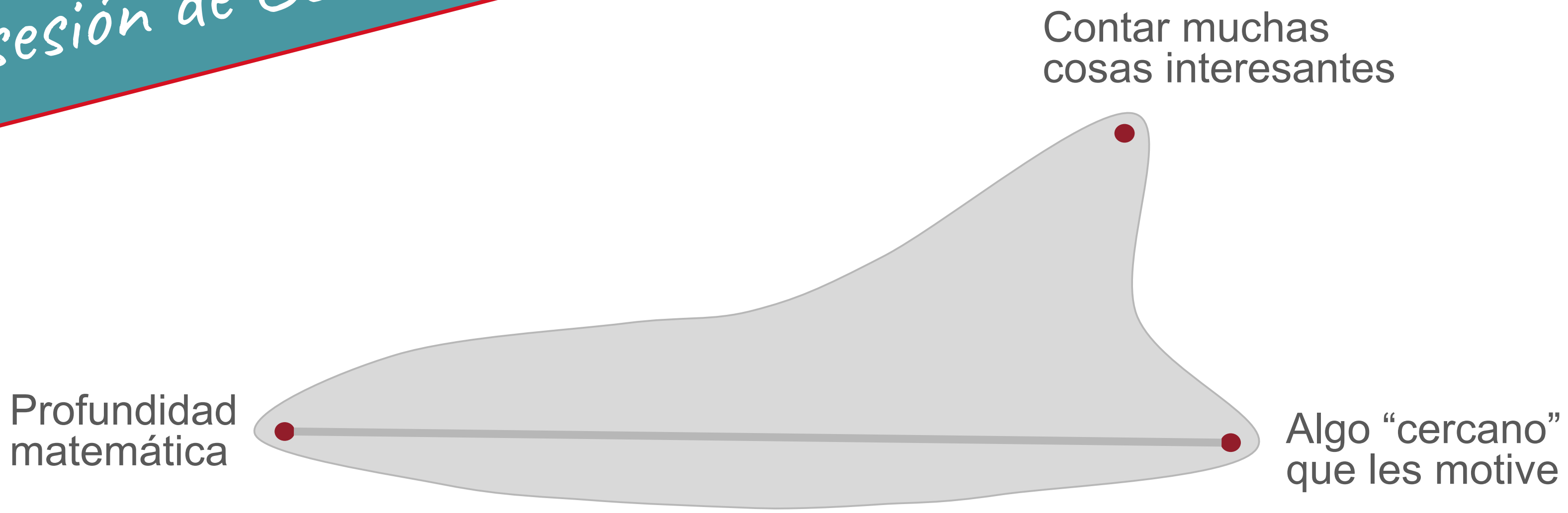
SESIÓN 2º AÑO

Las matemáticas de SET y Dobble

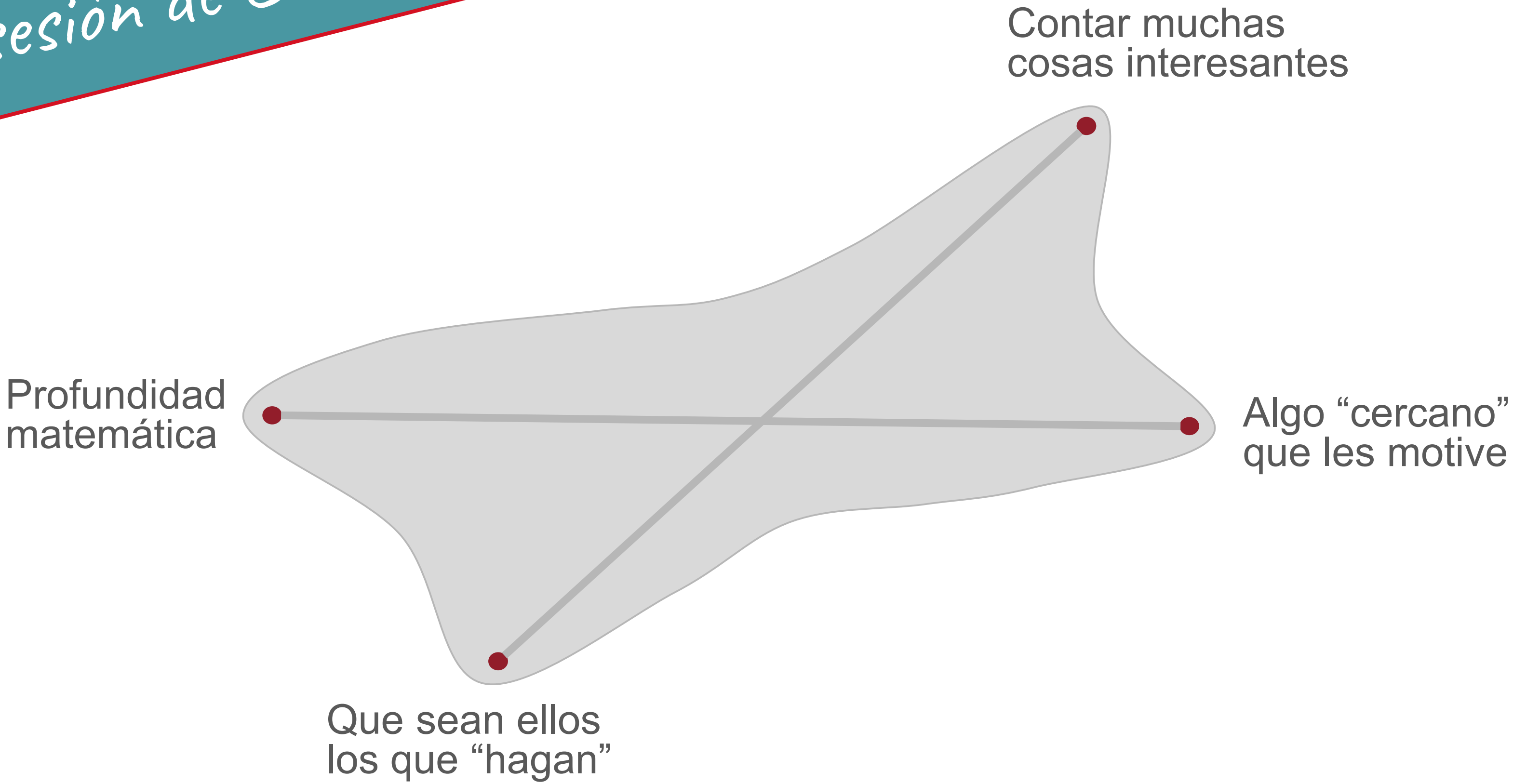
¿Cómo plasmarla en una sesión de EsTalMat?



¿Cómo plasmarla en una sesión de EsTalMat?



¿Cómo plasmarla en una sesión de EsTalMat?

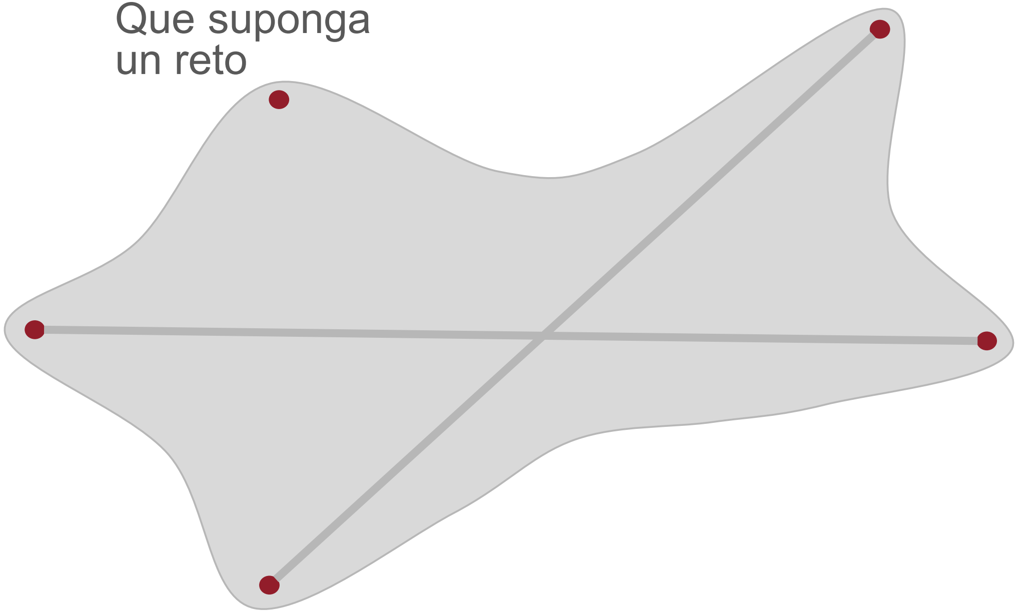


¿Cómo plasmarla en una sesión de EsTalMat?

Contar muchas cosas interesantes

Que suponga un reto

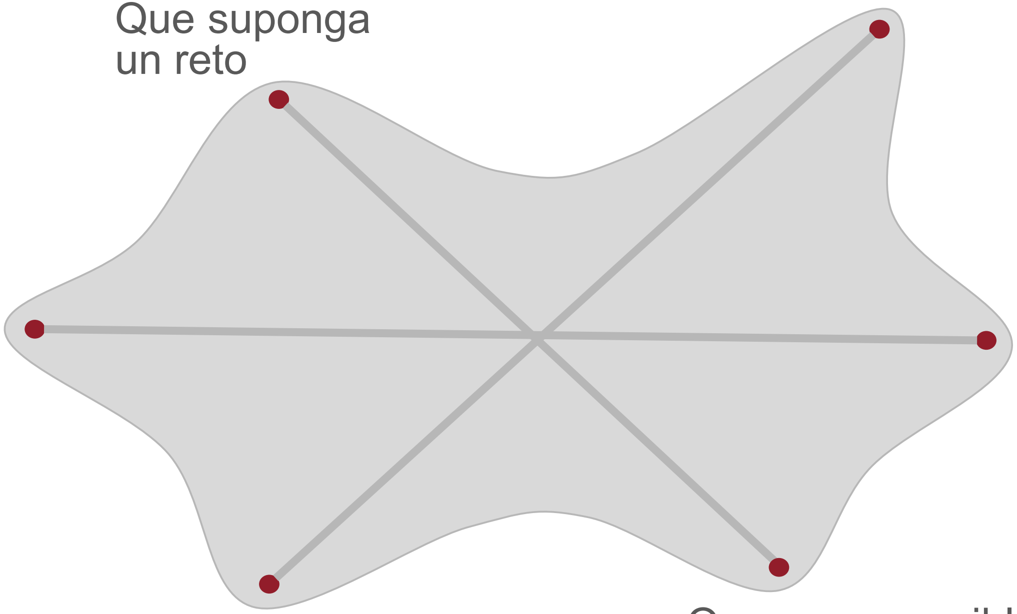
Profundidad matemática



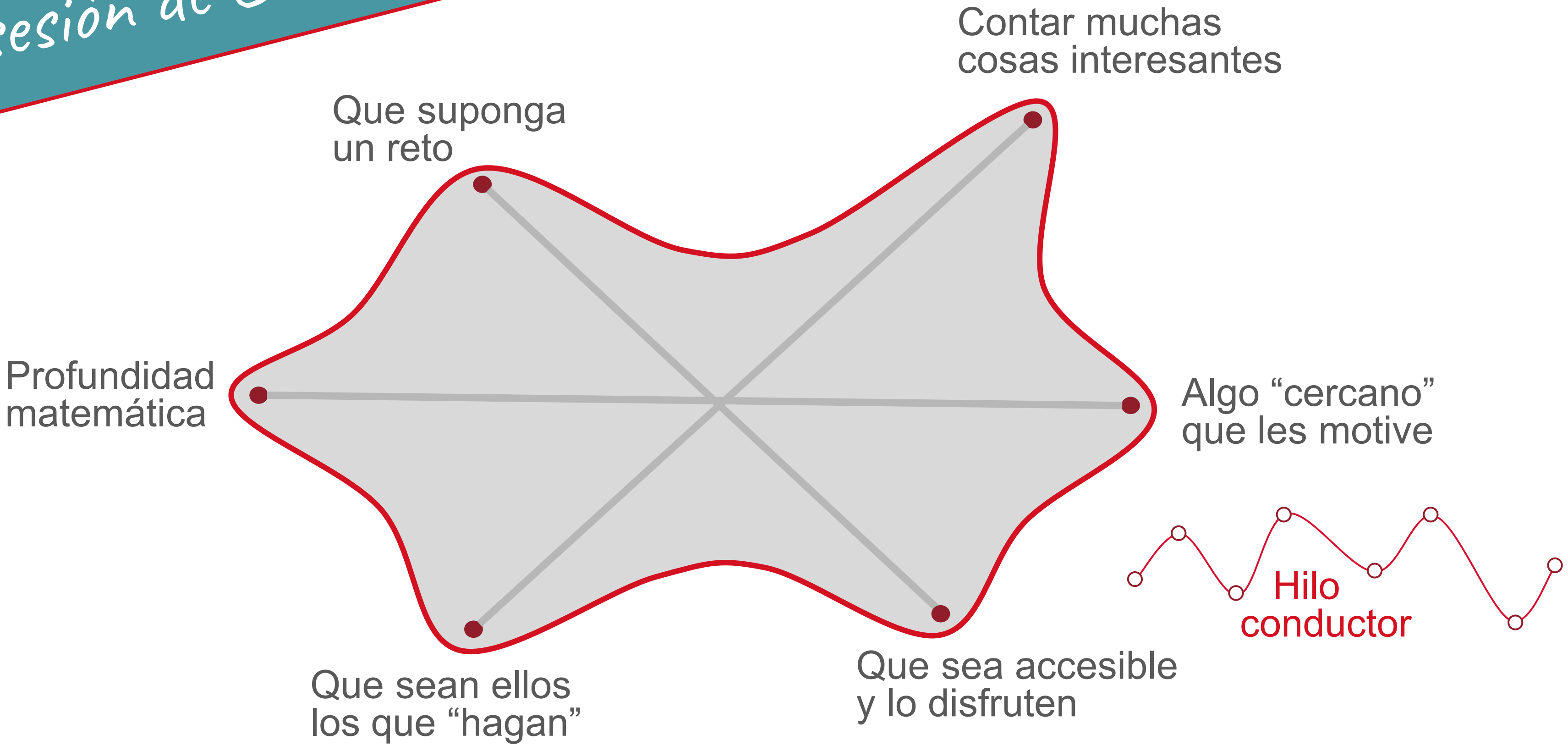
Algo “cercano” que les motive

Que sean ellos los que “hagan”

¿Cómo plasmarla en una sesión de EsTalMat?



¿Cómo plasmarla en una sesión de EsTalMat?

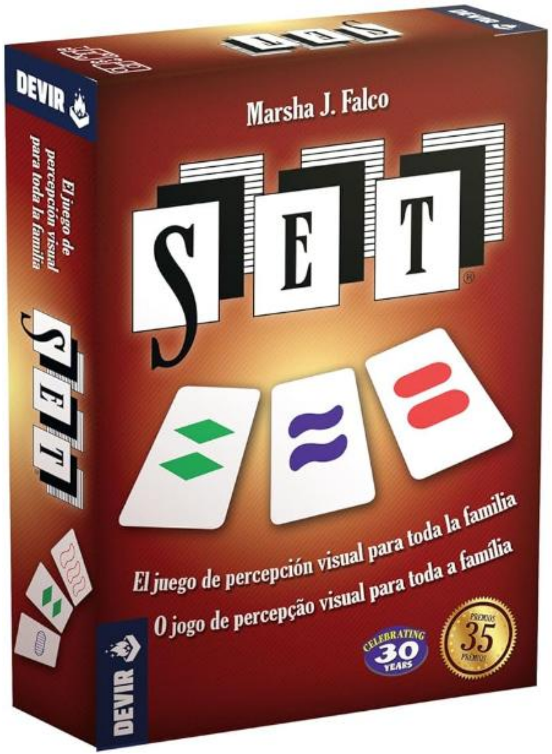


Estructura de la sesión

- SET

DESCANSO

- DOBBLE



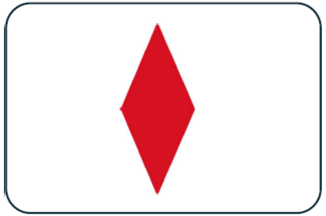
El juego SET contiene 81 cartas.

En cada una de ellas podemos observar cuatro atributos.

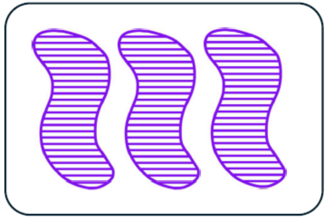
- Color
- Forma
- Número
- Relleno

Para cada uno de ellos hay tres posibilidades.

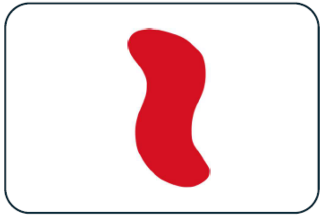
Cuatro atributos: color



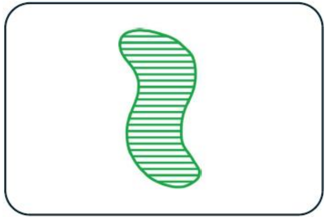
Rojo



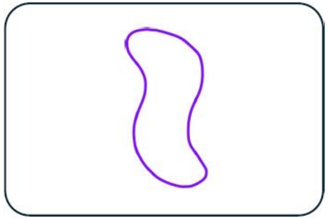
Morado



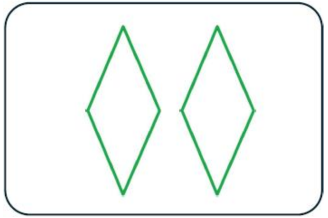
Rojo



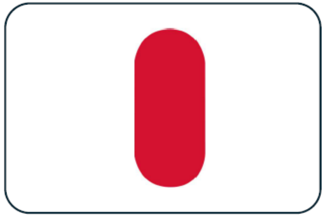
Verde



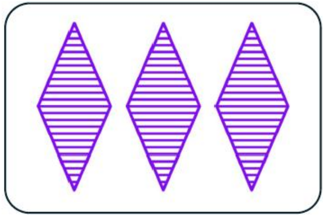
Morado



Verde

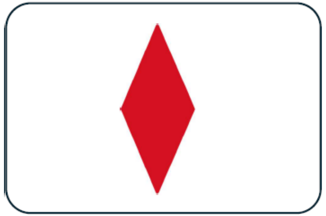


Rojo

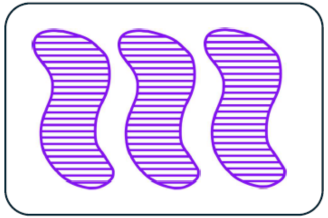


Morado

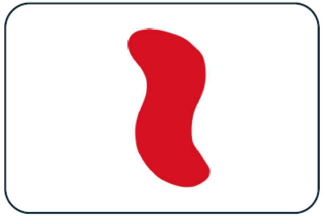
Cuatro atributos: forma



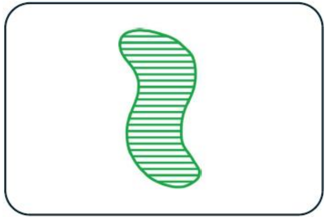
Rombo



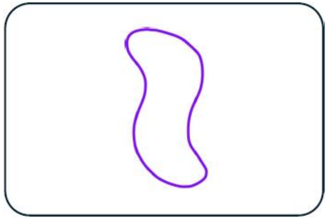
Gusanillo



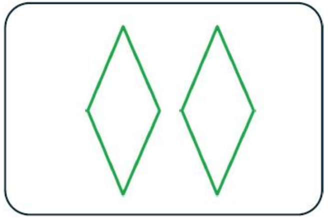
Gusanillo



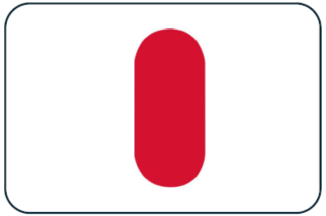
Gusanillo



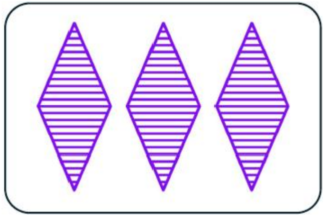
Gusanillo



Rombo

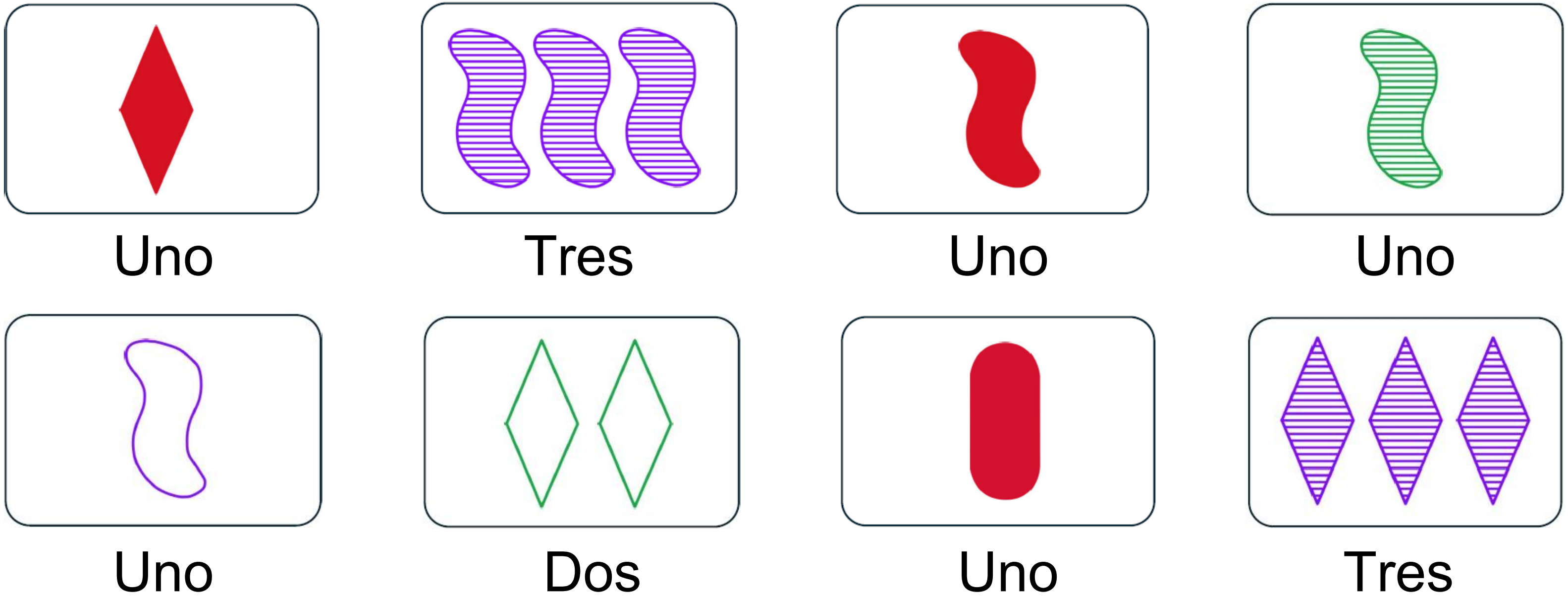


Cápsula

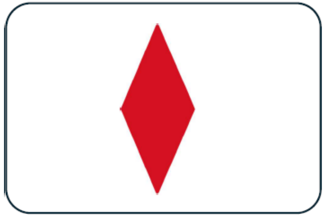


Rombo

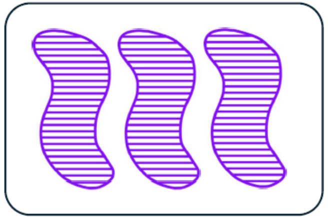
Cuatro atributos: número



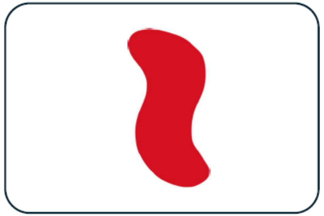
Cuatro atributos: relleno



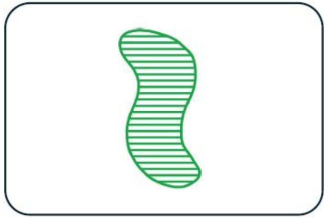
Sólido



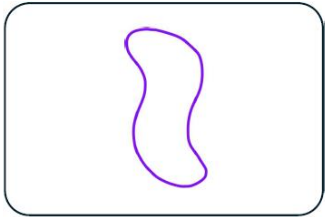
Rayas



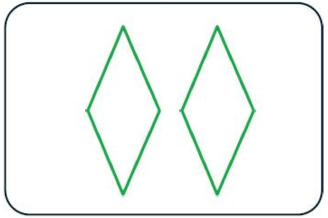
Sólido



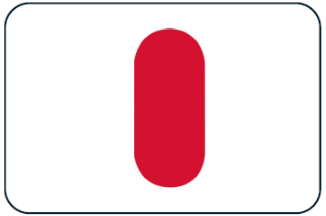
Rayas



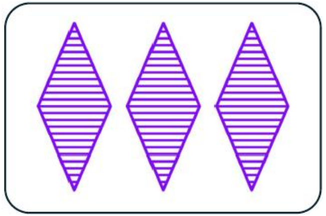
Hueco



Hueco



Sólido



Rayas

¿En qué consiste el juego?

Los jugadores intentarán encontrar **SET**s entre las cartas que haya sobre la mesa.

¿Qué es un SET?

- Está formado por tres cartas.
- Para cada uno de los cuatro atributos (color, forma, número y relleno) las cartas muestran:

$$\begin{cases} \text{las tres el mismo valor} \\ \text{las tres valores diferentes} \end{cases}$$

¿En qué consiste el juego?

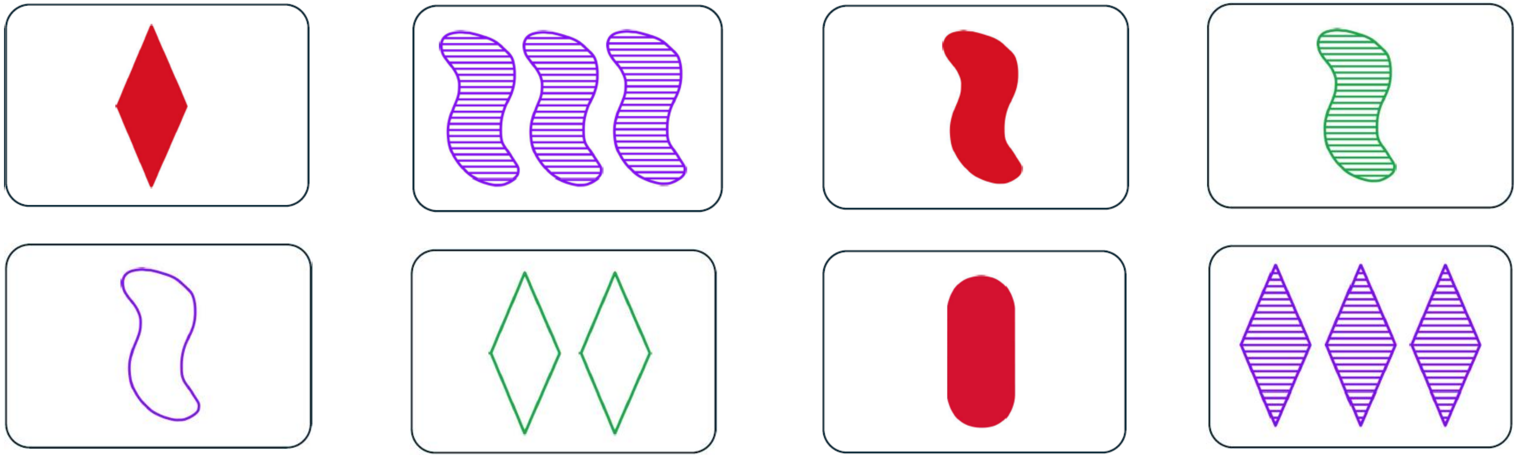
Los jugadores intentarán encontrar **SET**s entre las cartas que haya sobre la mesa.

¿Qué es un SET?

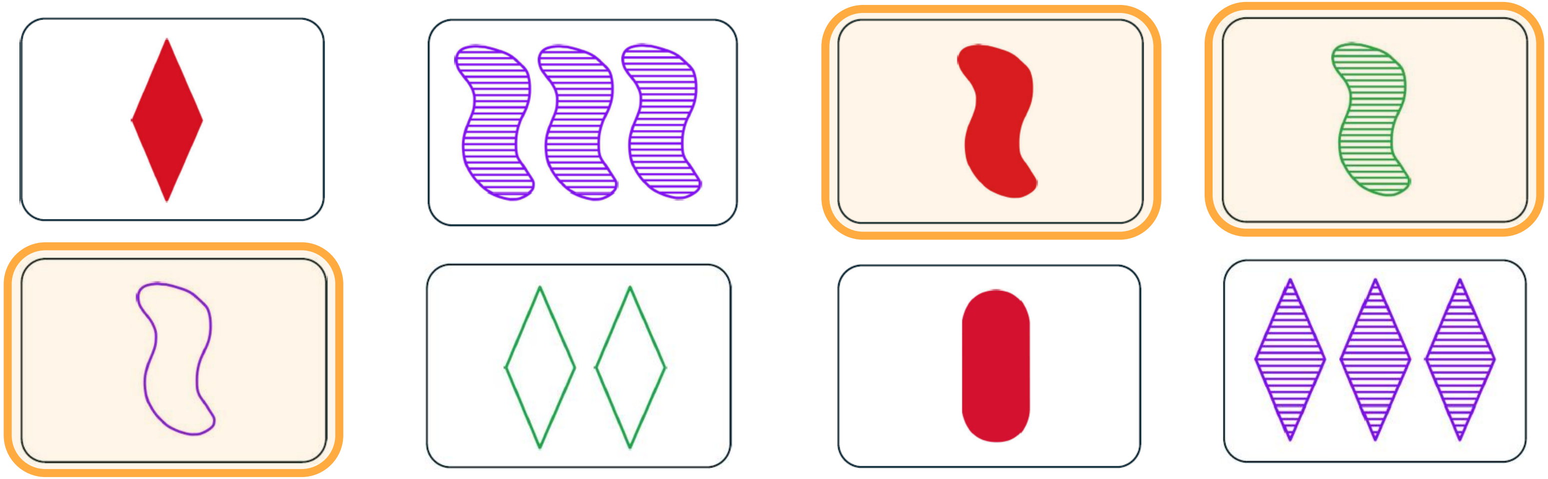
- Está formado por tres cartas.
- <u>Para cada uno de los cuatro atributos</u> (color, forma, número y relleno) las cartas muestran:

$$\begin{cases} \text{las tres el mismo valor} \\ \\ \text{las tres valores diferentes} \end{cases}$$

Ejemplos



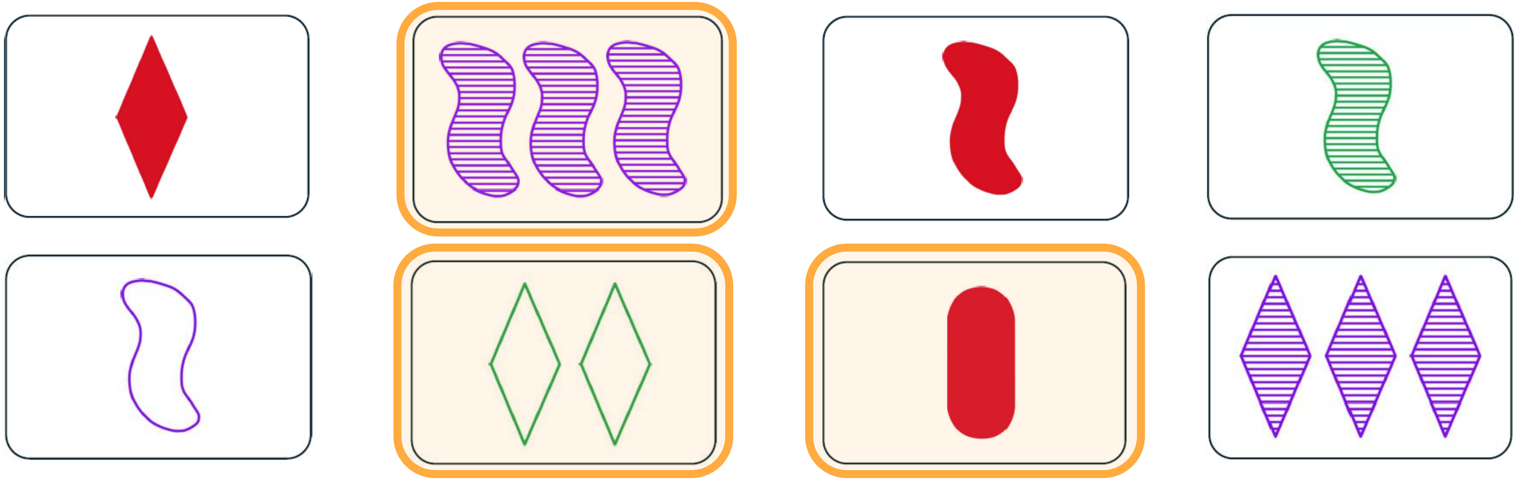
Ejemplos



- ✓ Color: las tres distinto (morado-rojo-verde)
- ✓ Forma: las tres la misma (gusanillo)
- ✓ Número: las tres el mismo (uno)
- ✓ Relleno: las tres distinto (hueco-sólido-rayas)

} Forman un SET

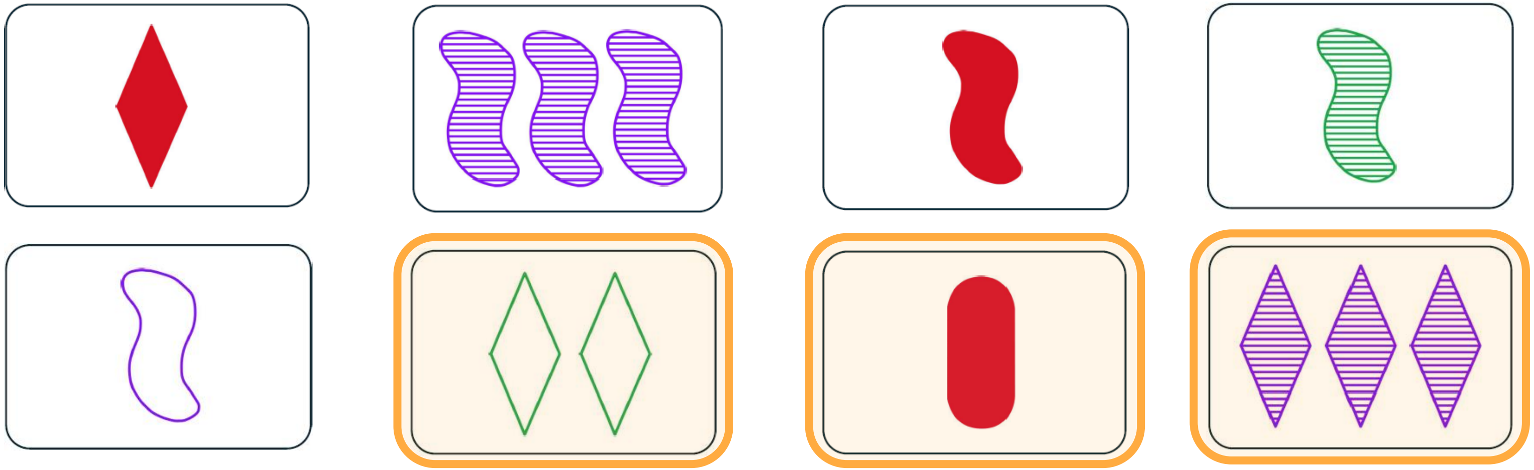
Ejemplos



- ✓ Color: las tres distinto (morado-verde-rojo)
- ✓ Forma: las tres la distinta (gusanillo-rombo-cápsula)
- ✓ Número: las tres distinto (tres-dos-uno)
- ✓ Relleno: las tres distinto (rayas-hueco-sólido)

Forman un SET

Ejemplos



✓ Color: las tres distinto (verde-rojo-morado)
✗ Forma: dos de ellas rombo y la otra cápsula
✓ Número: las tres distinto (dos-uno-tres)
✓ Relleno: las tres distinto (hueco-sólido-rayas)

NO forman un SET

¿Cómo empieza y cómo se desarrolla el juego?

Se barajan las cartas y se colocan 12 de ellas boca arriba sobre la mesa. El resto se dejan al lado formando un montón.

El primer jugador que consiga localizar un SET se queda con las tres cartas que lo forman.

Inmediatamente después, roba del montón tres nuevas cartas y las coloca boca arriba junto a las que quedaban.

¿Cómo empieza y cómo se desarrolla el juego?

Este proceso continúa hasta que no queden más cartas que robar y no se pueda formar ningún SET con las cartas que quedan.

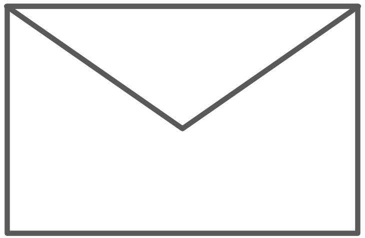
El ganador será el jugador que haya conseguido más SETs.

Si en cualquier momento (tras dedicar un tiempo prudencial a la búsqueda) los jugadores están de acuerdo en que no hay ningún SET entre las cartas que hay sobre la mesa, podrán robar tres cartas más. En ese caso, no se repondrán las cartas cuando un jugador consiga formar un SET.

¡¡¡TOCA PROBARLO!!!

Final de la partida

Vamos a empezar de nuevo el juego pero ahora apartando desde el principio una de las cartas de la baraja (la dejamos escondida).



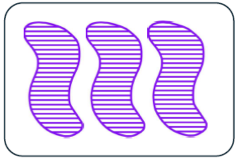
Cuando lleguéis al final de la partida, viendo solamente las cartas que han quedado, trataré de adivinar cuál es la carta escondida.

Otra forma de ver las cartas de SET

¿Cómo se puede saber cuál es la carta que falta?

Para poder entenderlo, empezaremos pensando en nuestras cartas de SET con una mirada más “matemática”.

Cuatro atributos



$\longleftrightarrow$

Cuatro números ordenados

$(\square, \square, \square, \square)$

Ya habéis manejado un conjunto con solo tres elementos.

$\mathbb{Z}_3$

Generalmente, llamamos a sus elementos 0, 1 y 2.

Otra forma de ver las cartas de SET

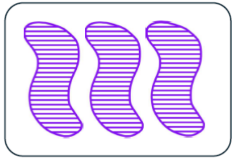
Color:		Forma:		Número:		Relleno:	
Rojo	0	Rombo	0	1	1	Sólido	0
Verde	1	Gusanillo	1	2	2	Hueco	1
Morado	2	Cápsula	2	3	0	Rayas	2

DICCIONARIO

Carta de SET

$\updownarrow$

4 números de $\mathbb{Z}_3$ ordenados



$\longleftrightarrow$ $(\boxed{2}, \boxed{1}, \boxed{0}, \boxed{2})$

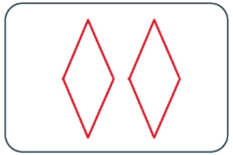
- **Color:** morado
- **Forma:** gusanillo
- **Número:** tres
- **Relleno:** rayas

Otra forma de ver las cartas de SET

Color:		Forma:		Número:		Relleno:	
Rojo	0	Rombo	0	1	1	Sólido	0
Verde	1	Gusanillo	1	2	2	Hueco	1
Morado	2	Cápsula	2	3	0	Rayas	2

DICCIONARIO

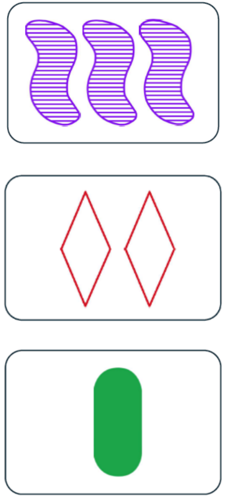
Carta de SET $\updownarrow$ 4 números de $\mathbb{Z}_3$ ordenados

 $\longleftrightarrow$ (???)

(1, 2, 1, 0) $\longleftrightarrow$???

Otra forma de ver las cartas de SET

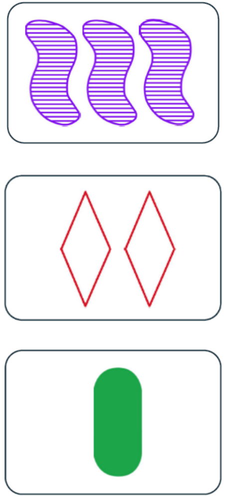
¿Qué nos aporta esta interpretación? Podemos hacer sumas.



$$\left.\begin{array}{c}(2,\ 1,\ 0,\ 2)\\ +\\ (0,\ 0,\ 2,\ 1)\\ +\\ (1,\ 2,\ 1,\ 0)\end{array}\right\}(2+0+1,\ 1+0+2,\ 0+2+1,\ 2+1+0) = (3,\ 3,\ 3,\ 3)$$

Otra forma de ver las cartas de SET

¿Qué nos aporta esta interpretación? Podemos hacer sumas.



$$\left.\begin{array}{c}(2,\ 1,\ 0,\ 2)\\ +\\ (0,\ 0,\ 2,\ 1)\\ +\\ (1,\ 2,\ 1,\ 0)\end{array}\right\}(2+0+1,\ 1+0+2,\ 0+2+1,\ 2+1+0) = (0,\ 0,\ 0,\ 0)$$

Y otra forma de ver los SETs

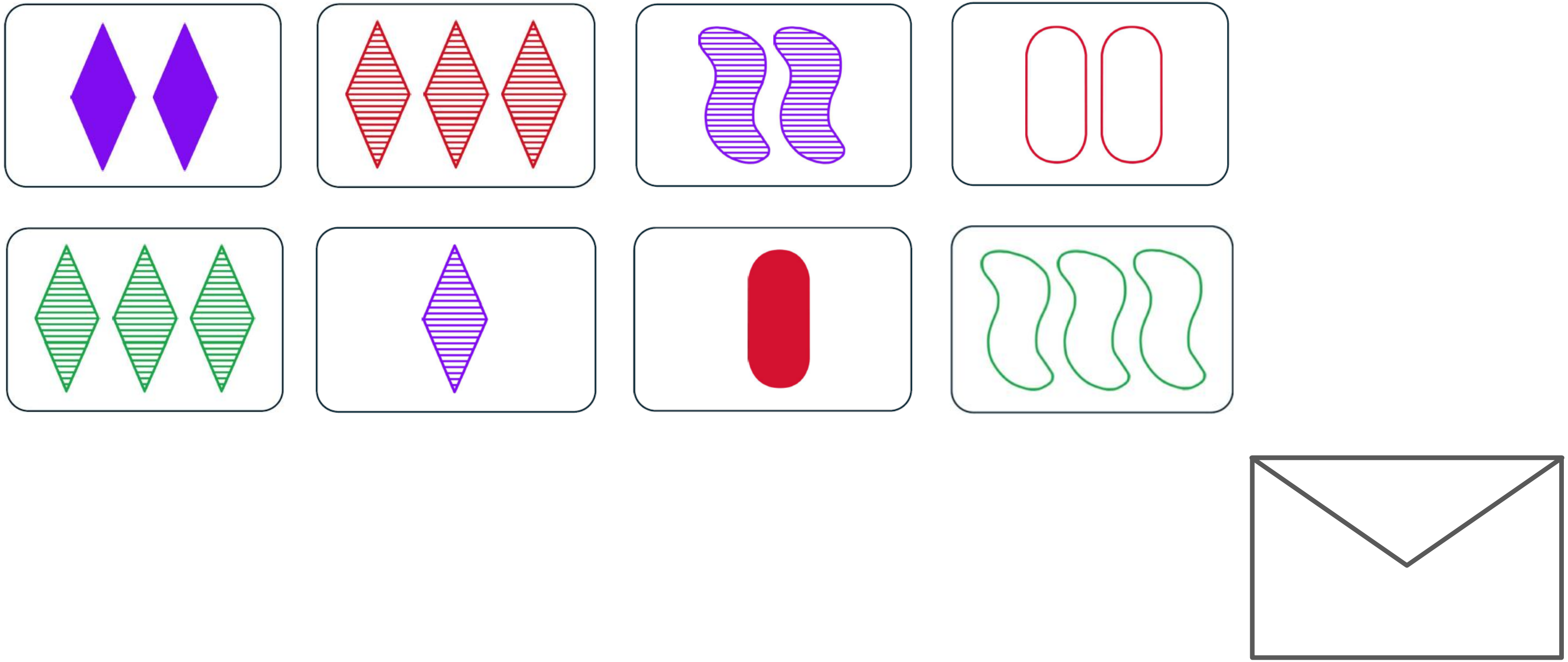
Tres cartas forman un SET $\Longleftrightarrow$ **su suma es (0, 0, 0, 0)**

Y esto… ¿Cómo nos ayuda a saber cuál es la carta escondida?

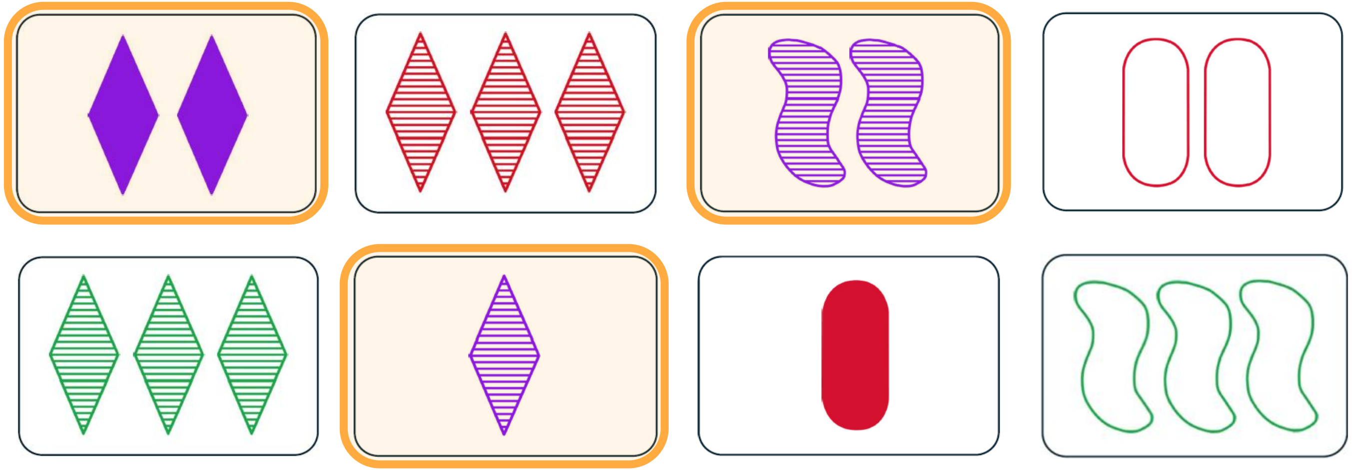
- La suma de todas las cartas de la baraja es (0, 0, 0, 0)
- Durante el juego, vamos retirando SETs, que suman (0, 0, 0, 0)

$\longrightarrow$ La suma de todas las cartas que quedan al final tiene que ser (0, 0, 0, 0)

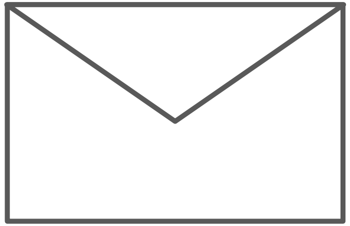
La carta escondida



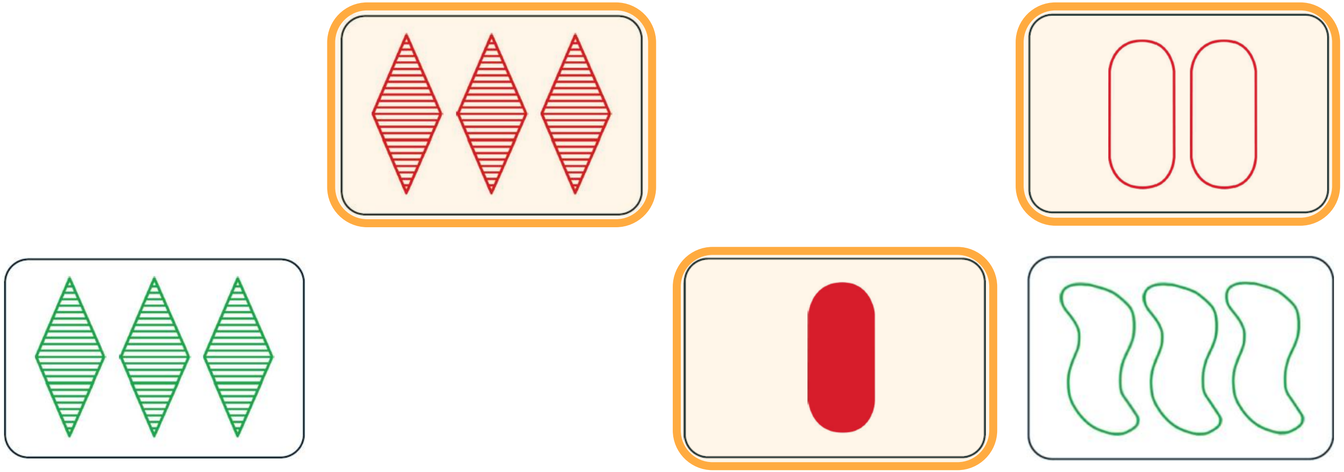
La carta escondida



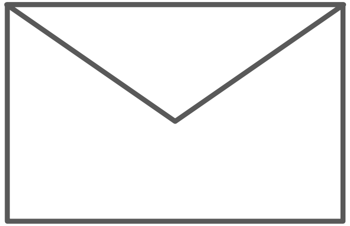
COLOR



La carta escondida

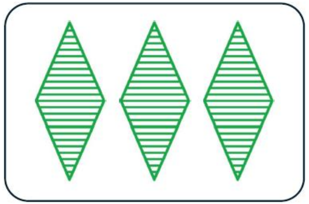


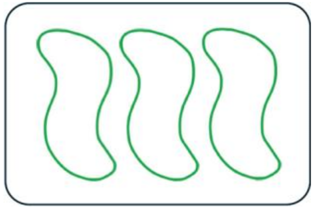
COLOR



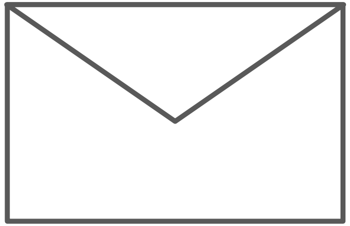
La carta escondida

COLOR

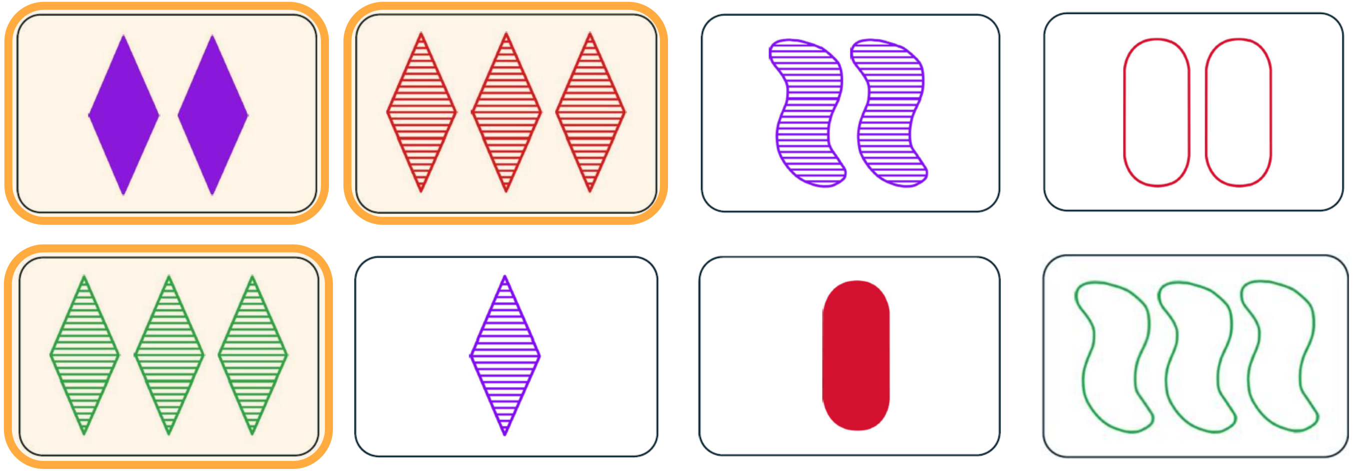




- **Color:** verde

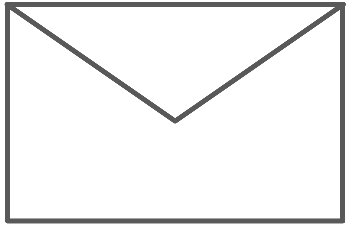


La carta escondida

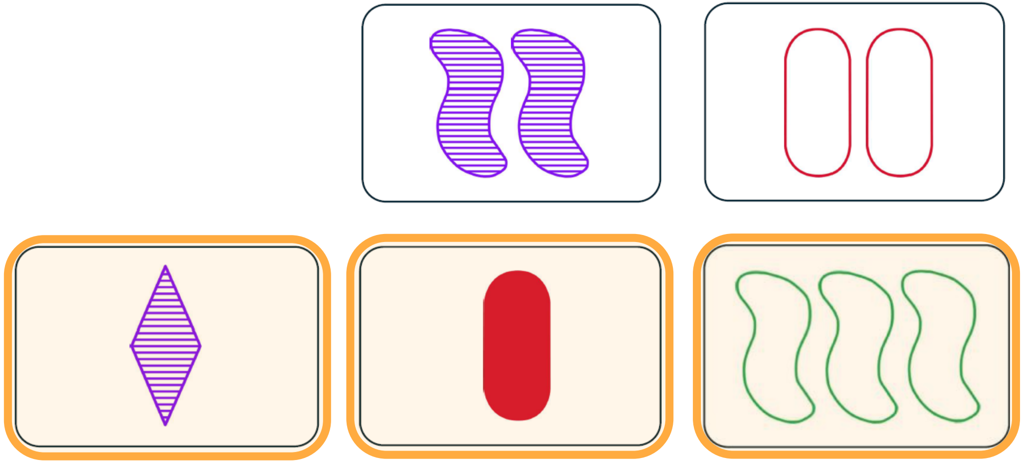


FORMA

- **Color:** verde

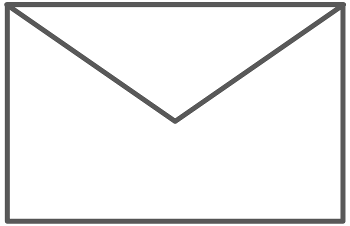


La carta escondida

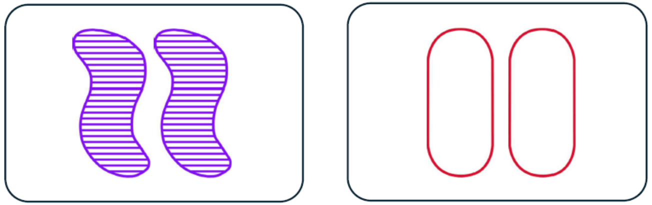


FORMA

- **Color:** verde

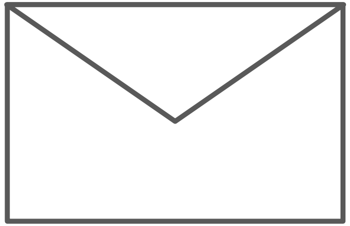


La carta escondida

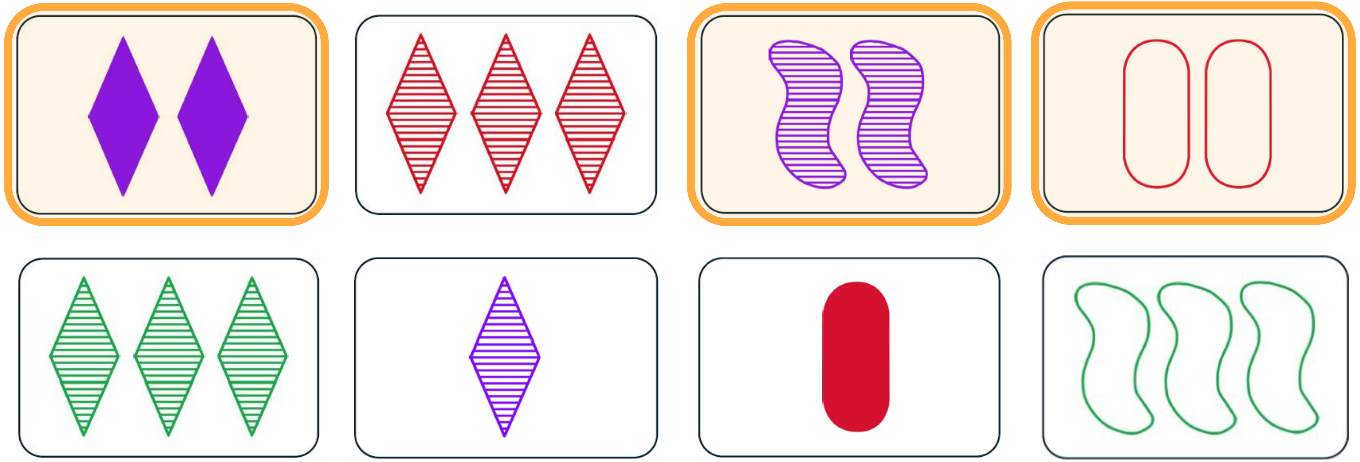


FORMA

- **Color:** verde
- **Forma:** rombo

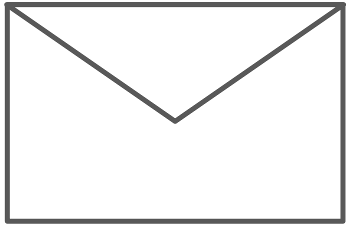


La carta escondida

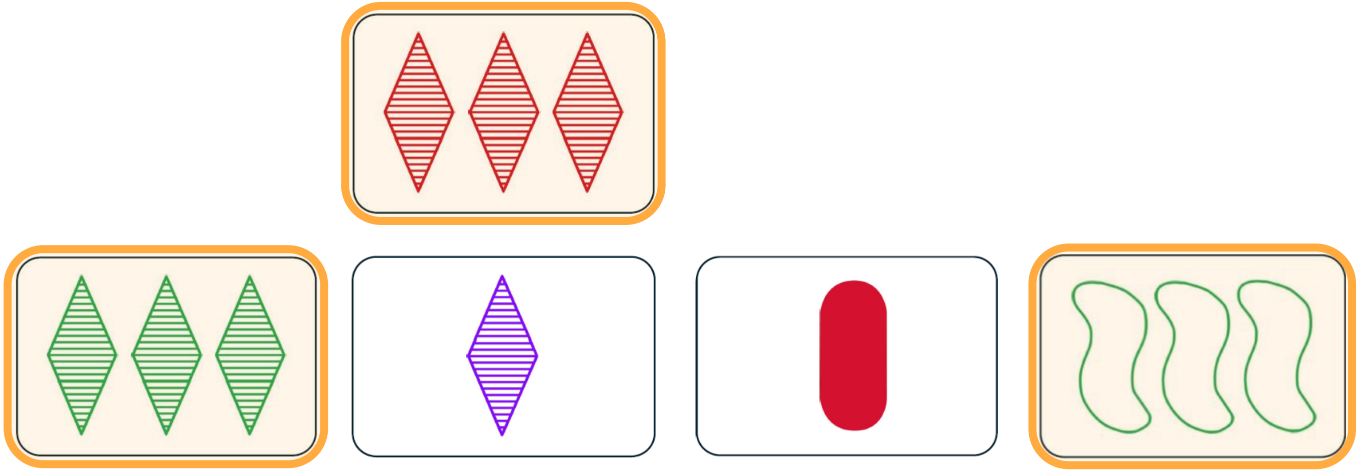


NÚMERO

- **Color:** verde
- **Forma:** rombo

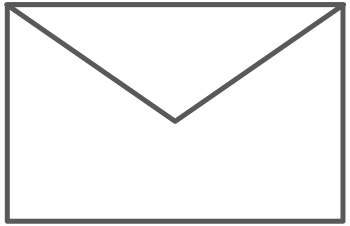


La carta escondida



NÚMERO

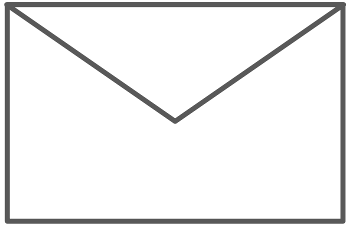
- **Color:** verde
- **Forma:** rombo



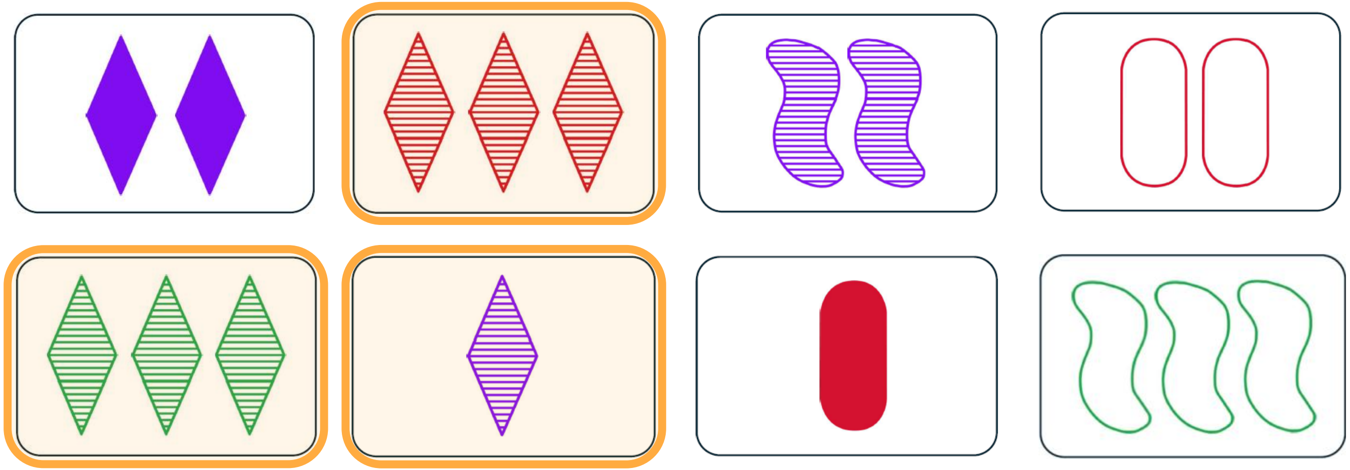
La carta escondida

NÚMERO

- **Color:** verde
- **Forma:** rombo
- **Número:** uno

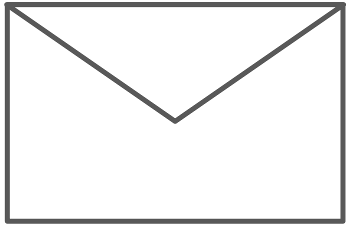


La carta escondida

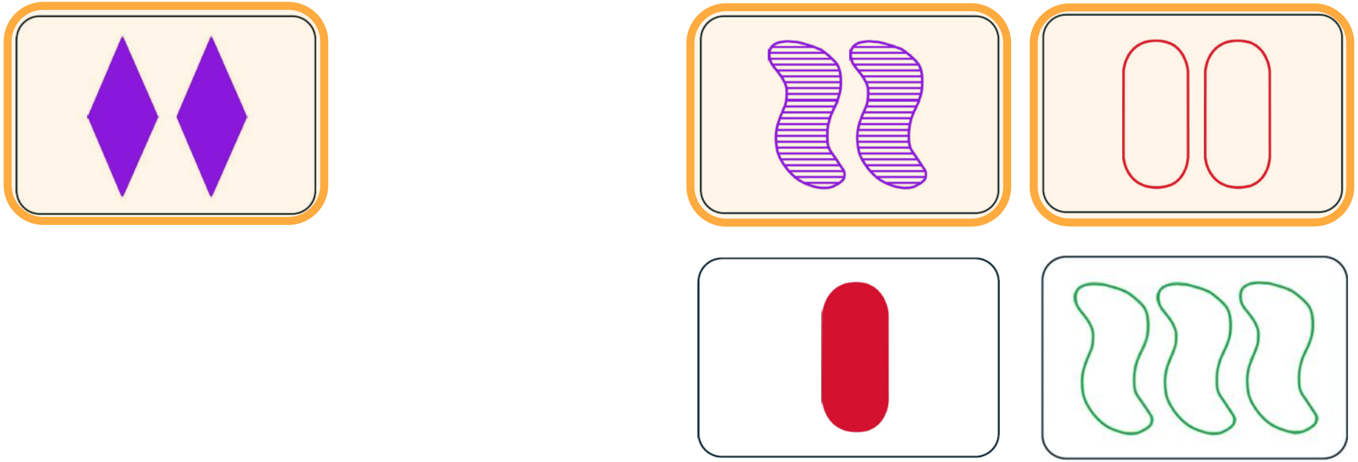


RELLENO

- **Color:** verde
- **Forma:** rombo
- **Número:** uno

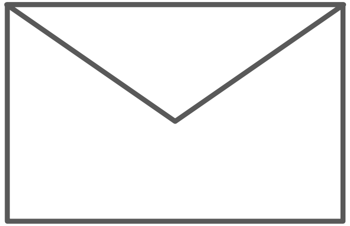


La carta escondida



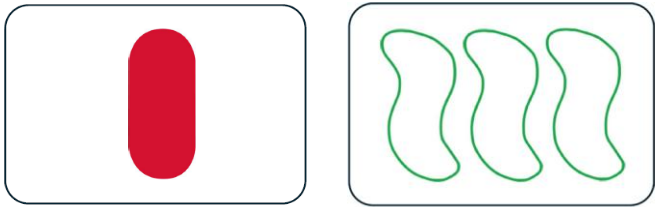
RELLENO

- **Color:** verde
- **Forma:** rombo
- **Número:** uno

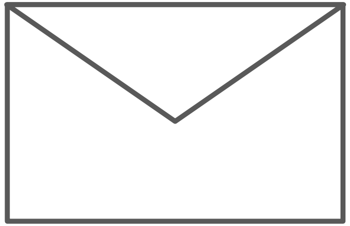


La carta escondida

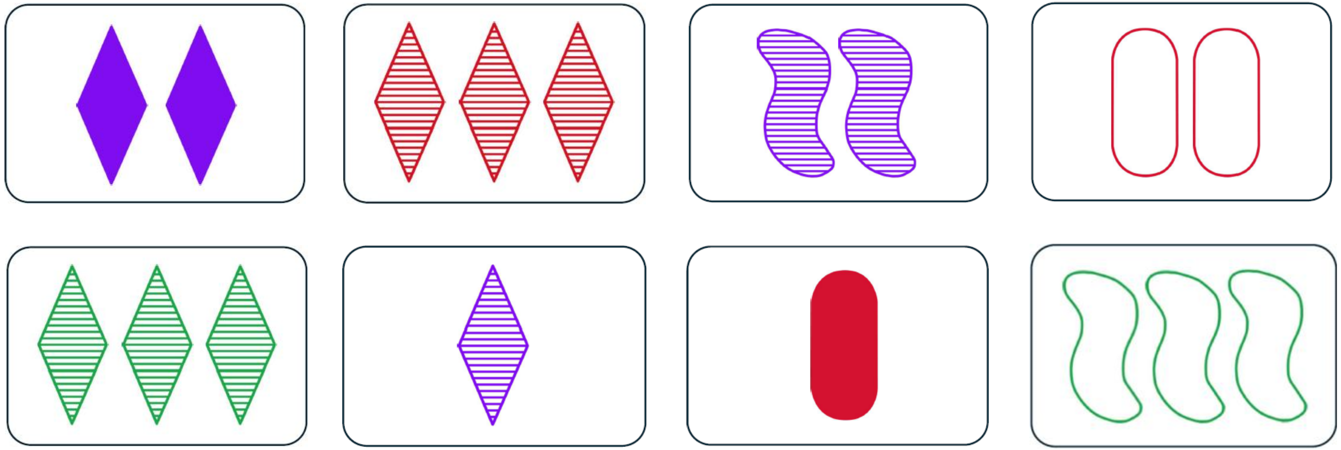
RELLENO

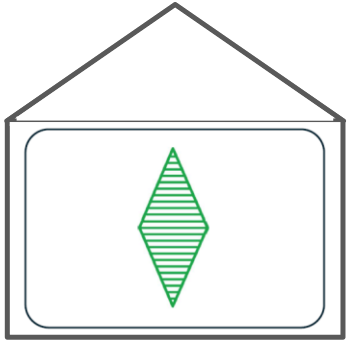


- **Color:** verde
- **Forma:** rombo
- **Número:** uno
- **Relleno:** rayas



La carta escondida



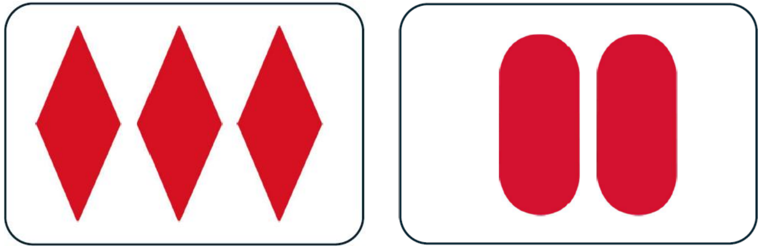


- **Color:** verde
- **Forma:** rombo
- **Número:** uno
- **Relleno:** rayas

Y una vez que sabemos hacer esto…

PREGUNTA: Dadas dos cartas, ¿cuántos SETs hay que contengan estas dos cartas?

Hay UNA ÚNICA carta que hace que la suma de las tres sea (0, 0, 0, 0).
(Esto es justo lo que acabamos de hacer)



- **Color:** rojo
- **Forma:** gusanillo
- **Número:** uno
- **Relleno:** sólido

Y una vez que sabemos hacer esto…

PREGUNTA: Dadas dos cartas, ¿cuántos SETs hay que contengan estas dos cartas?

Hay UNA ÚNICA carta que hace que la suma de las tres sea (0, 0, 0, 0).
(Esto es justo lo que acabamos de hacer)

Y una vez que sabemos hacer esto…

TEOREMA FUNDAMENTAL DE SET

Dadas dos cartas, existe un único SET que las contiene.

Un conjunto de cartas interesante

1º) Elige tres cartas que NO formen un SET.

2º) Considera todas las maneras de elegir dos de esas tres cartas.

Teniendo en cuenta el **TEOREMA FUNDAMENTAL DE SET** busca, para cada una de estas parejas, la tercera carta que completaría el SET. Obtendrás un nuevo conjunto de tres cartas.

3º) Vuelve a repetir el paso 2º con esas tres nuevas cartas.

4º) De nuevo, repite el paso 2º con las cartas que acabas de obtener.

Un conjunto de cartas interesante

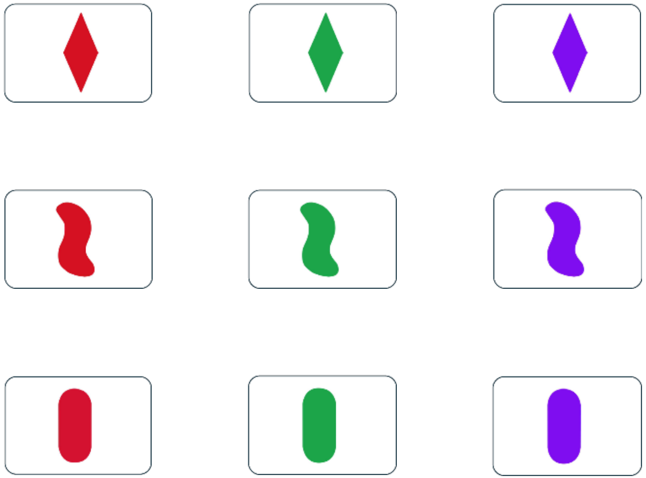
¿Qué observas?

- En el último paso nos salen las cartas con las que empezamos.
- Si elegimos dos cartas (las que queramos) de este conjunto de nueve cartas, la tercera carta que haría falta para completar un SET con ellas está también en el conjunto.

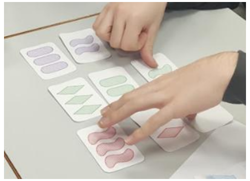
¿Cuántos SETs hay en total en este conjunto de nueve cartas?

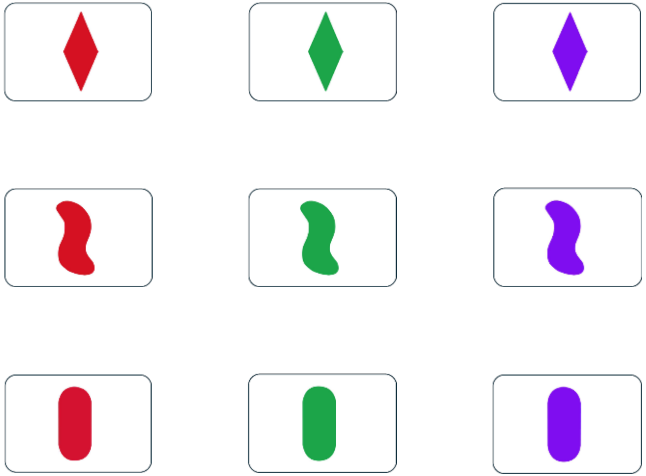
¿Cómo colocarías sobre la mesa estas cartas para mostrar de la mejor manera posible todos estos SETs?

Un conjunto de cartas interesante

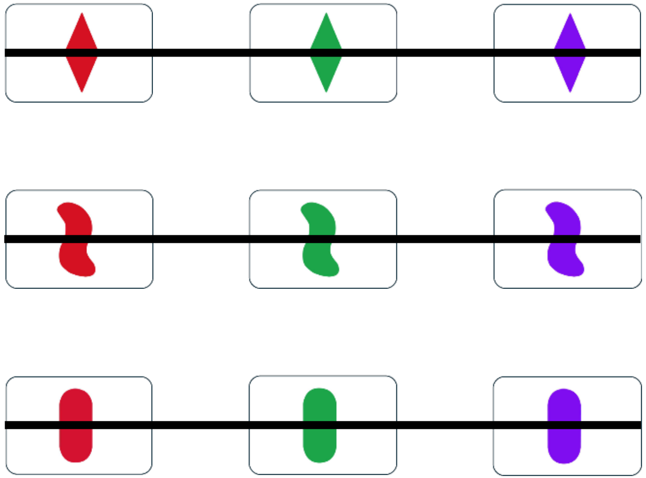


Un conjunto de cartas interesante



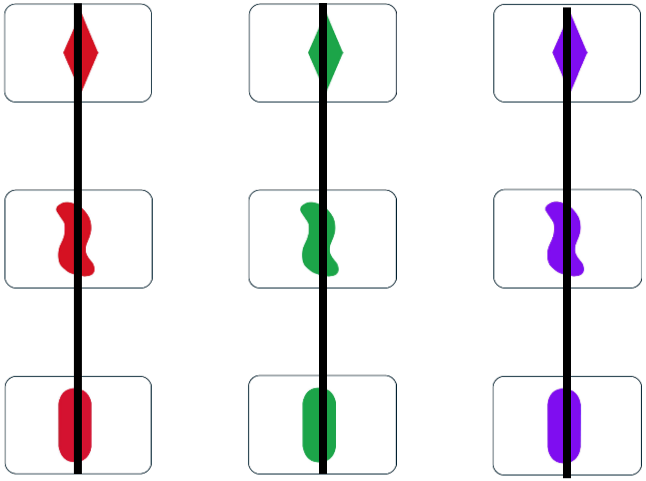


Un conjunto de cartas interesante



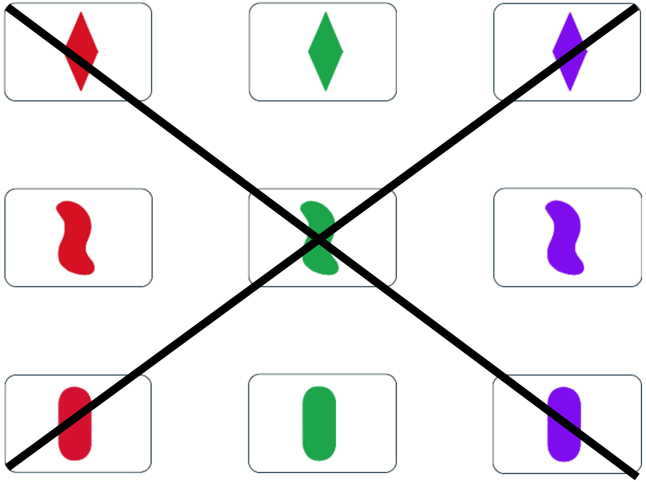
3

Un conjunto de cartas interesante



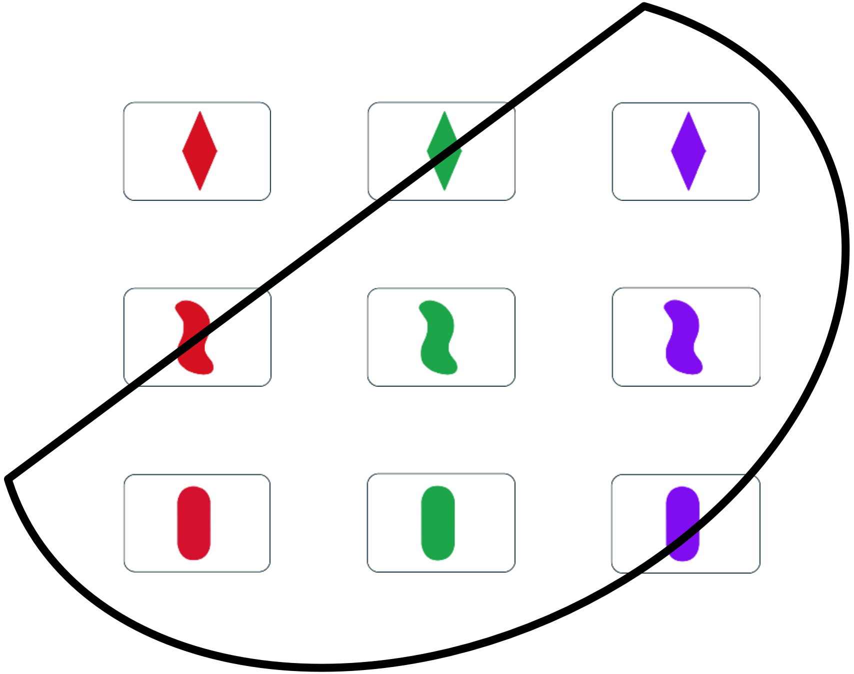
6

Un conjunto de cartas interesante



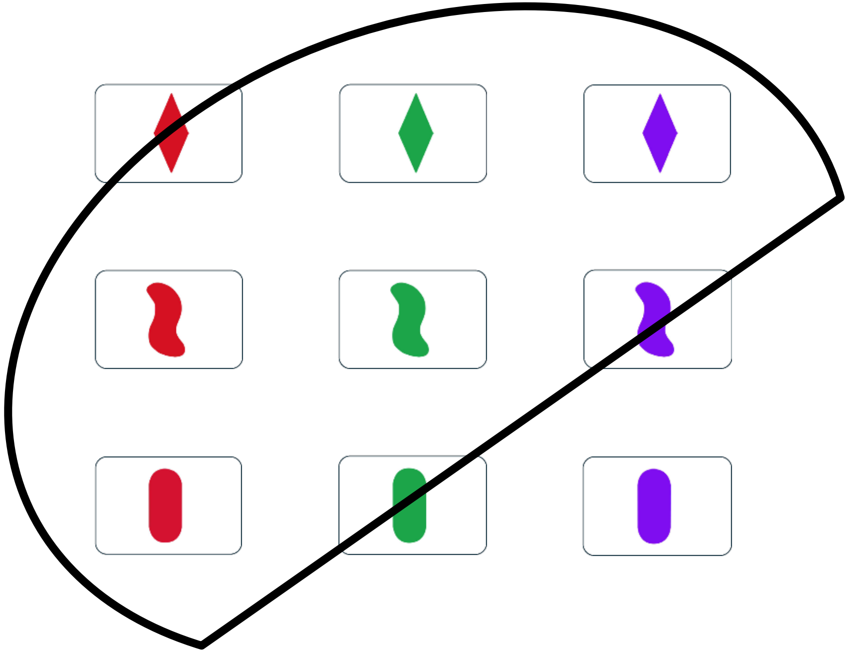
8

Un conjunto de cartas interesante



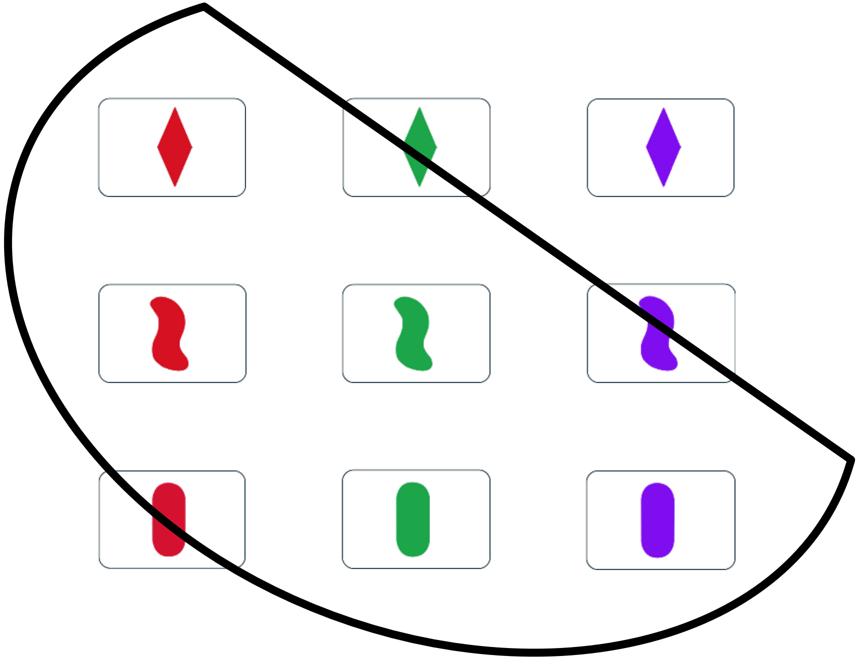
9

Un conjunto de cartas interesante



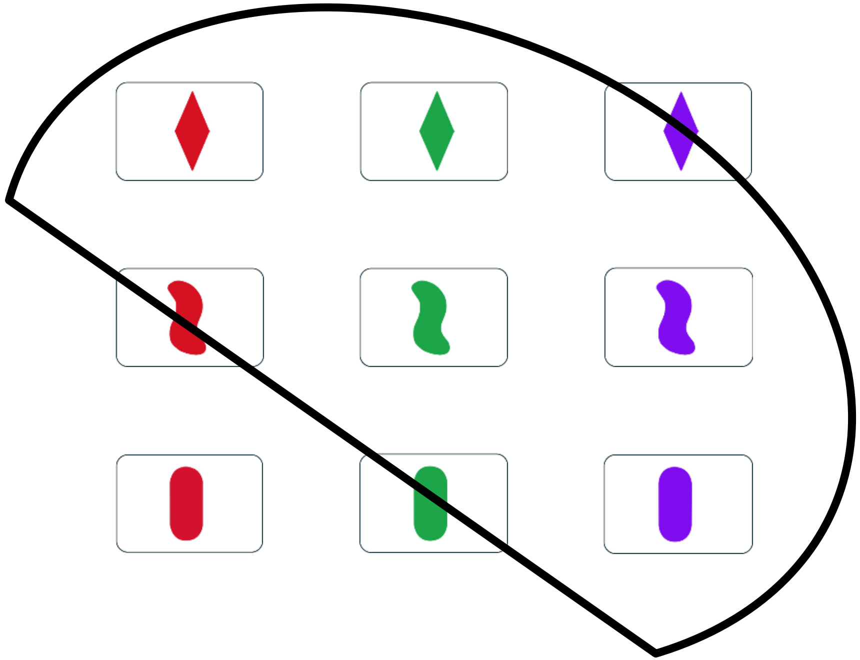
10

Un conjunto de cartas interesante



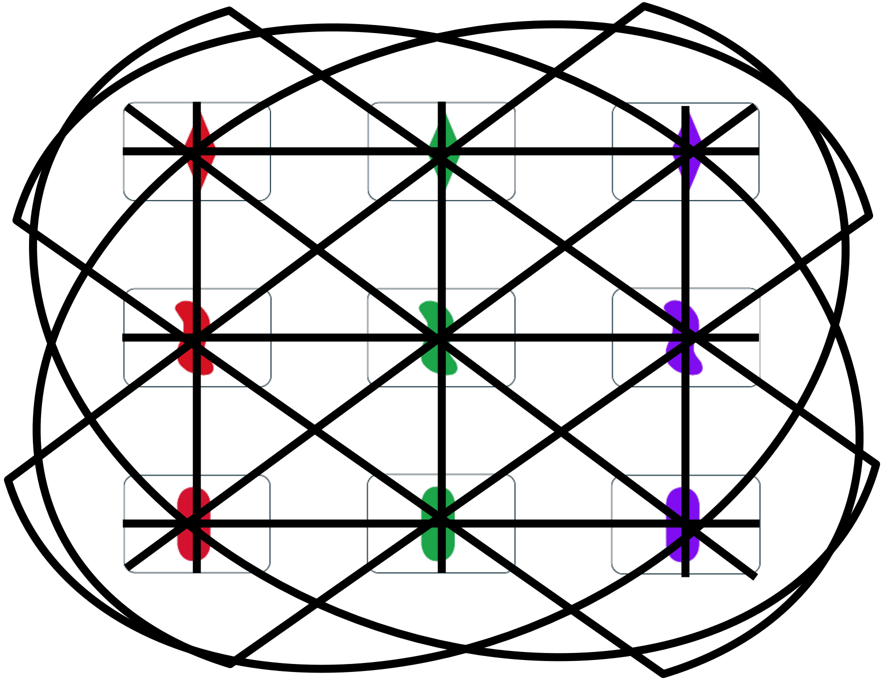
11

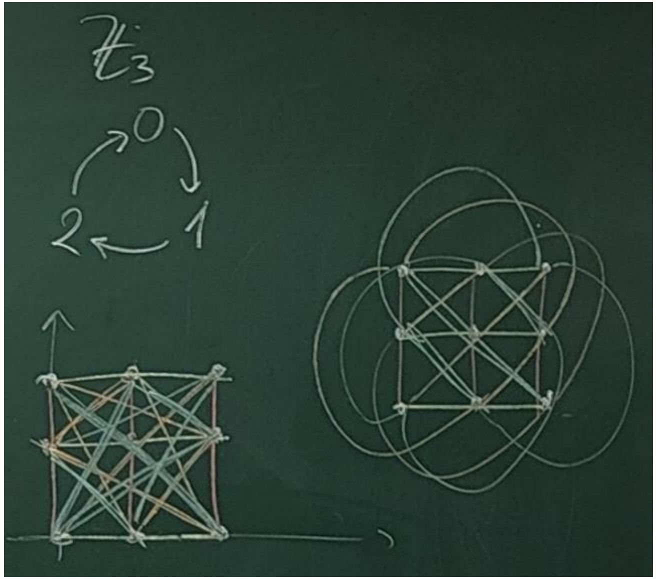
Un conjunto de cartas interesante



12

Un conjunto de cartas interesante





¿No creéis que se parecen?

TEOREMA FUNDAMENTAL DE SET

Dadas dos cartas, existe un único SET que las contiene.

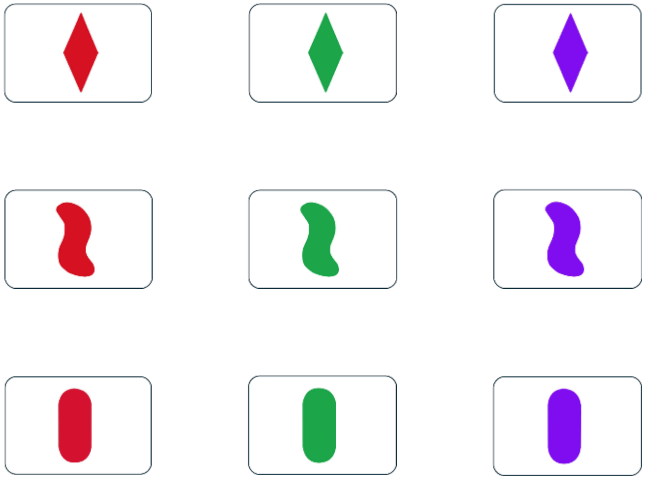
1^er^ POSTULADO DE EUCLIDES

Dados dos puntos del plano, existe una única recta que pasa por ellos.

Cartas ⟷ Puntos

SETs ⟷ Rectas

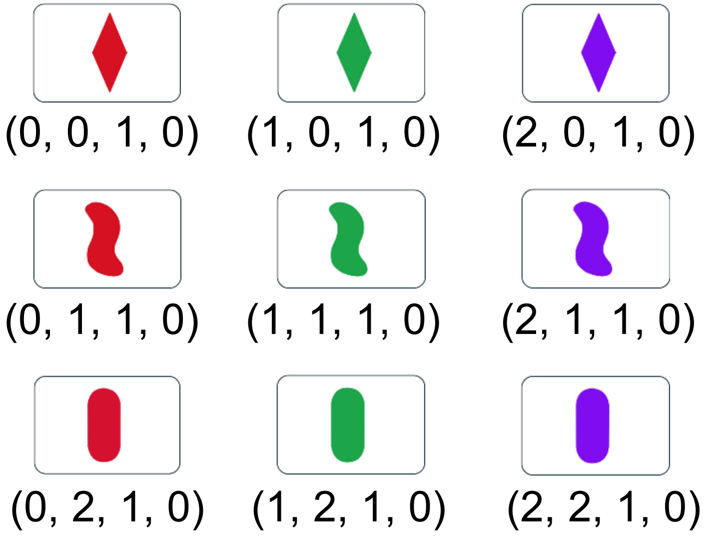
Vamos a ponerle nombre a esto



Este conjunto de cartas de SET (y todos los que habéis encontrado vosotros) se identifica con el **plano afín de orden 3**.

12 rectas/SETs

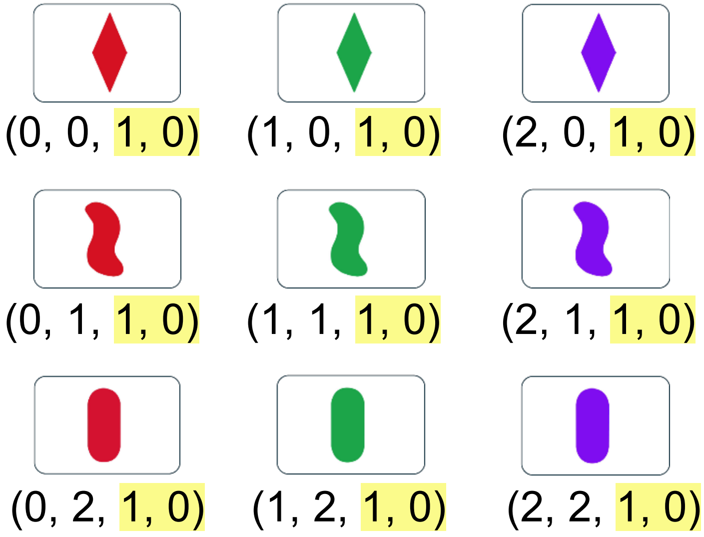
Vamos a ponerle nombre a esto



Este conjunto de cartas de SET (y todos los que habéis encontrado vosotros) se identifica con el **plano afín de orden 3**.

12 rectas/SETs

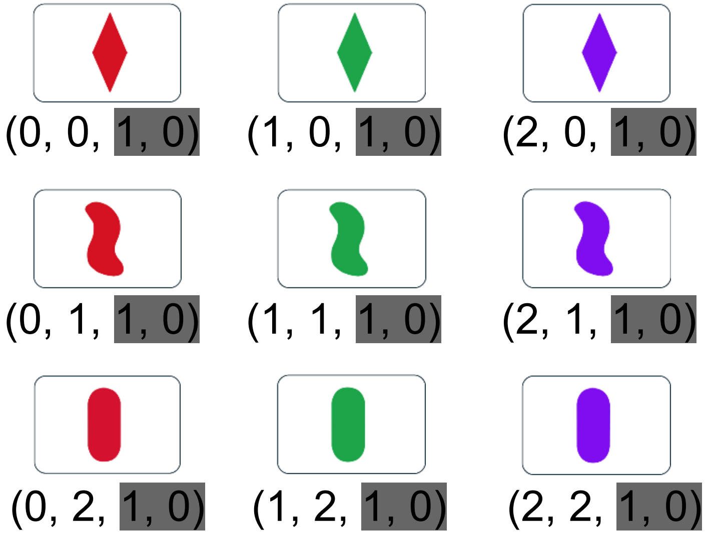
Vamos a ponerle nombre a esto



Este conjunto de cartas de SET (y todos los que habéis encontrado vosotros) se identifica con el **plano afín de orden 3**.

12 rectas/SETs

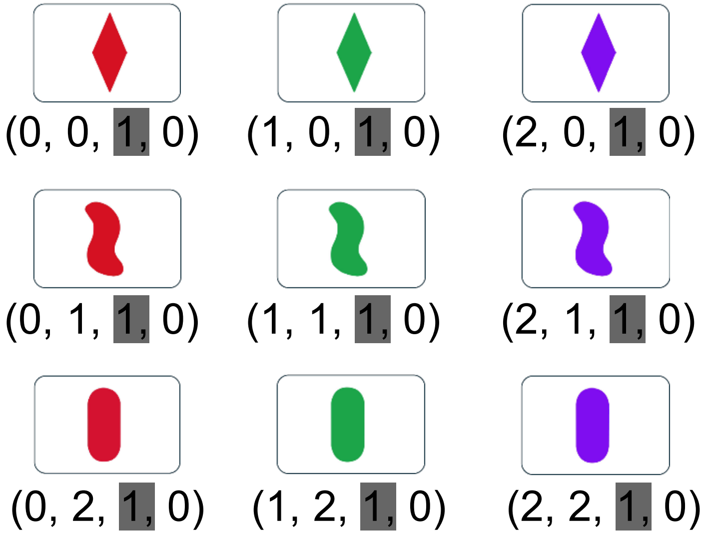
Vamos a ponerle nombre a esto



Este conjunto de cartas de SET (y todos los que habéis encontrado vosotros) se identifica con el **plano afín de orden 3**.

12 rectas/SETs

Vamos a ponerle nombre a esto



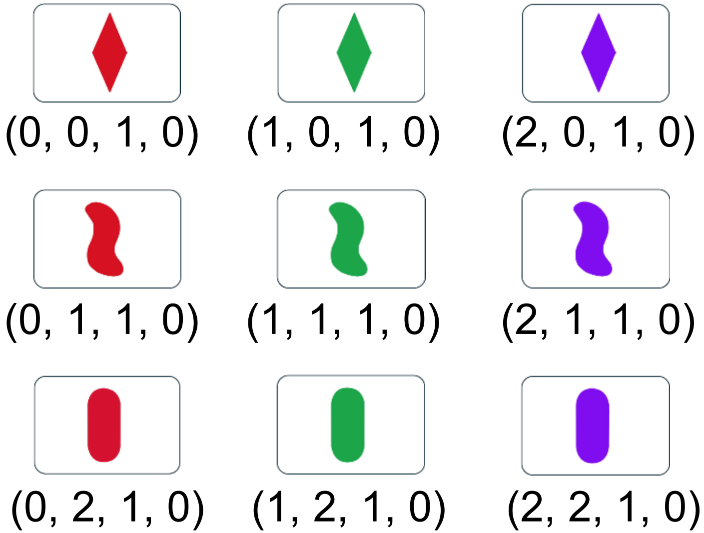
Espacio afín tridimensional de orden 3.

Vamos a ponerle nombre a esto

Espacio afín tridimensional de orden 3.

117 rectas/SETs

Vamos a ponerle nombre a esto



Juego completo

Espacio de dimensión 4

1080 rectas/SETs

BONUS

¿Cómo empieza y cómo se desarrolla el juego?

Este proceso continúa hasta que no queden más cartas que robar y no se pueda formar ningún SET con las cartas que quedan.

El ganador será el jugador que haya conseguido más SETs.

Si en cualquier momento (tras dedicar un tiempo prudencial a la búsqueda) los jugadores están de acuerdo en que no hay ningún SET entre las cartas que hay sobre la mesa, podrán robar tres cartas más. En ese caso, no se repondrán las cartas cuando un jugador consiga formar un SET.

BONUS

¿Os surge alguna pregunta?

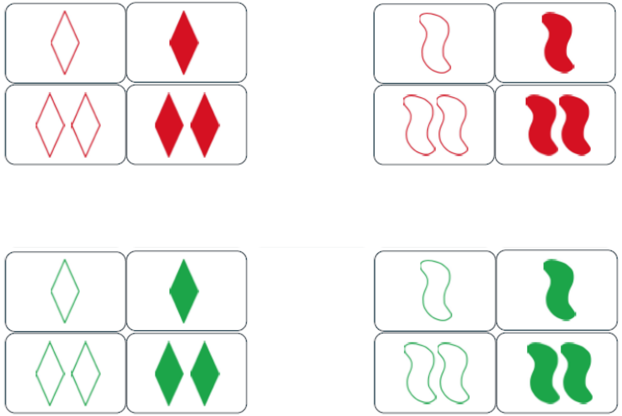
¿Podemos estar seguros de que al robar tres cartas más habrá algún SET?

¿Cuántas cartas podemos tener, como máximo, sin que haya ningún SET entre ellas? $\longrightarrow$ Cap

Podemos encontrar con relativa facilidad un conjunto de 16 cartas en el que no puede haber ningún SET.

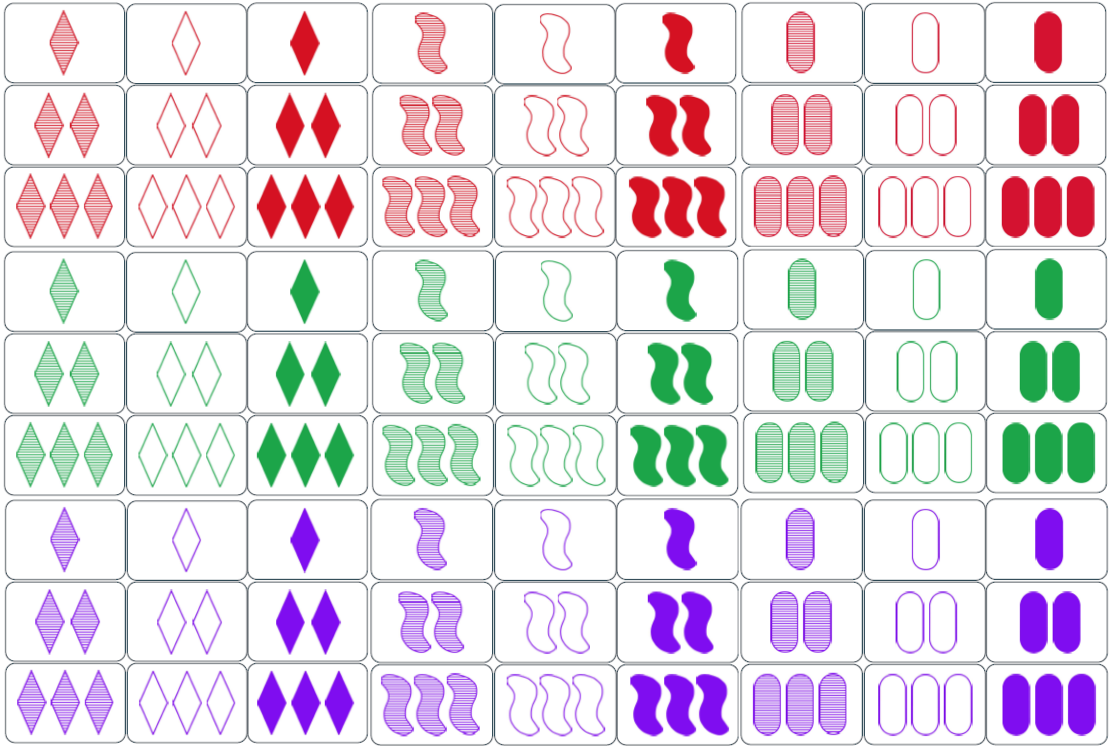
BONUS

Conjunto de cartas sin SETs



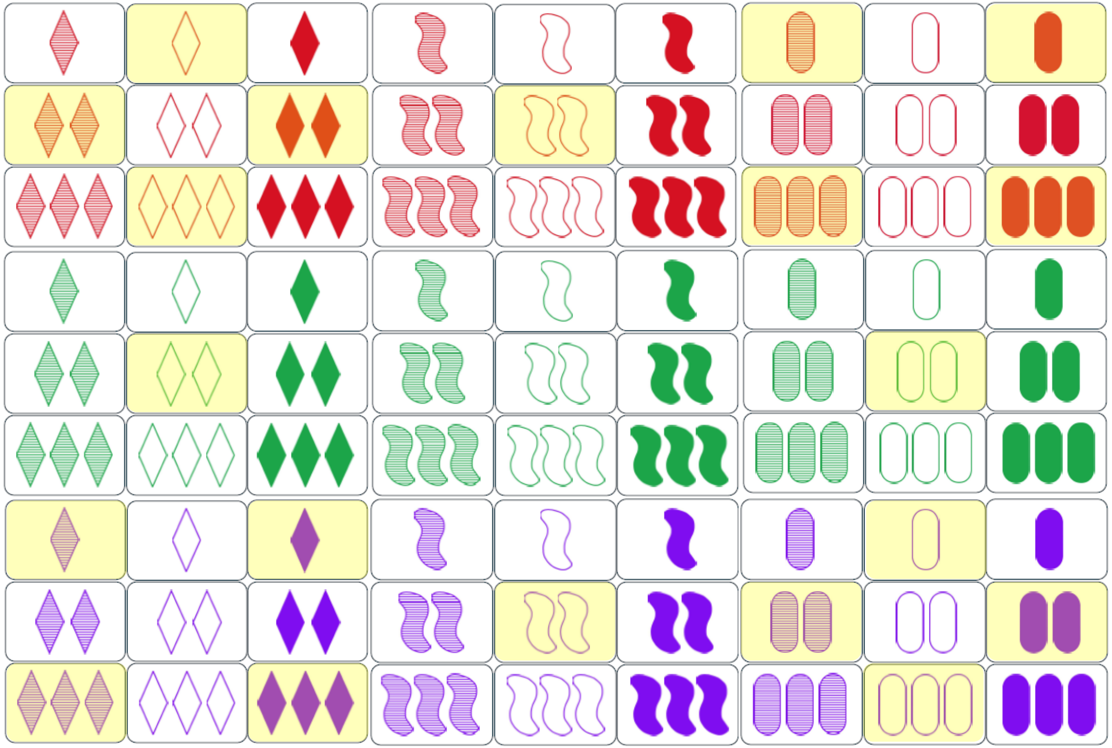
BONUS

Conjunto de cartas sin SETs



BONUS

Conjunto de cartas sin SETs



¡Pasamos a Dobble!

Es también un juego de cartas.

En cada carta podemos encontrar ocho símbolos.


. . .

Hay varias formas de jugar, pero en todas debemos ser los más rápidos en encontrar el símbolo que dos cartas tienen en común, y es que…

<u>SIEMPRE HAY UN SÍMBOLO EN COMÚN</u>

¿CÓMO SE CONSTRUYE UNA BARAJA COMO ESTA?

Dobble desde un punto de vista geométrico

Podemos pensar en los diferentes símbolos como ***puntos*** y en las cartas de Dobble como ***rectas***.

recta que pasa por los ocho puntos:

En este juego nos aparece de nuevo una de estas “geometrías raras” con un número finito de puntos.

Dobble desde un punto de vista geométrico

La clave del juego de Dobble es el hecho de que dos cartas siempre tienen un (único) símbolo en común.

Traducción: En esta geometría, dos rectas SIEMPRE tienen un (único) punto en común.

Dobble desde un punto de vista geométrico

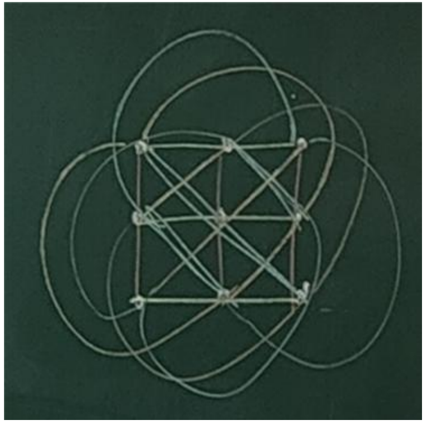
También estaría bien que, dados dos símbolos, siempre haya una (única) carta que los contenga a los dos.

Traducción: Dados dos puntos, SIEMPRE habrá una (única) recta que pase por ellos.

Nuestra propia versión de Dobble

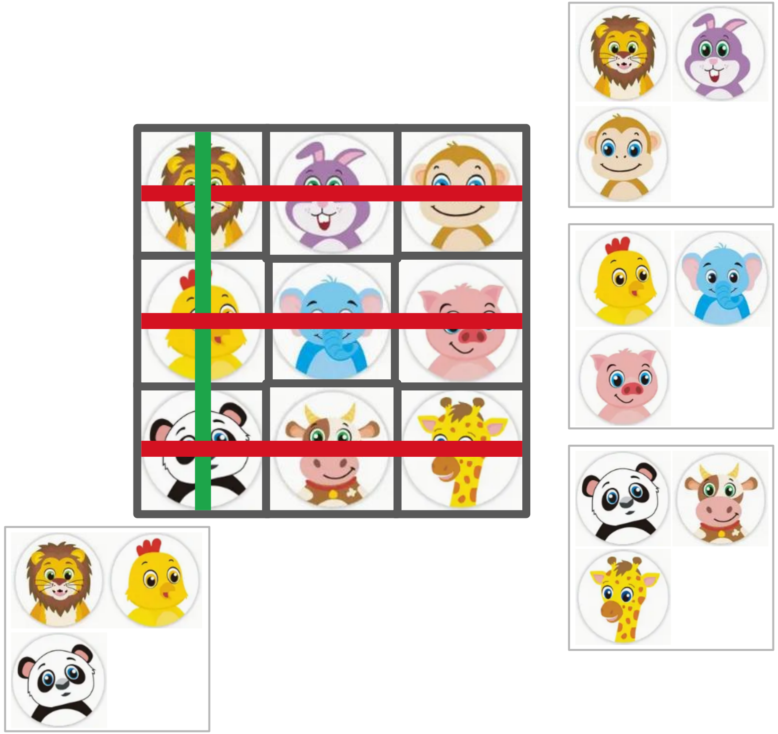
Vamos a aprovechar que ya conocemos muy bien uno de estos espacios con “geometrías raras”.

Partiremos del plano afín de orden 3.



Modificaremos lo que nos haga falta para conseguir que se cumplan las condiciones que hemos visto.

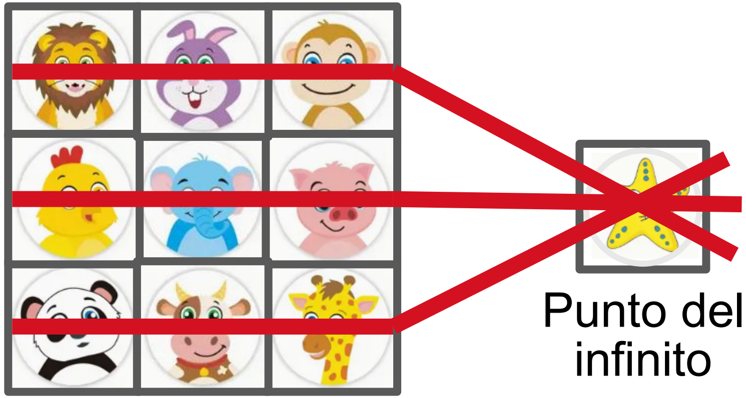
Nuestra propia versión de Dobble



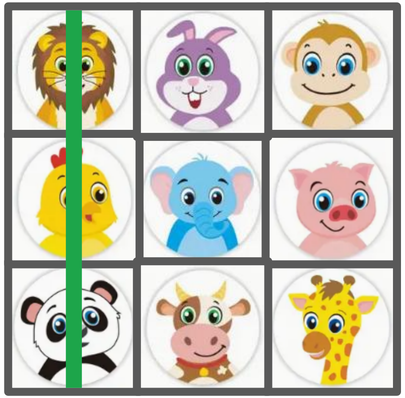
Nuestra propia versión de Dobble

Punto del infinito

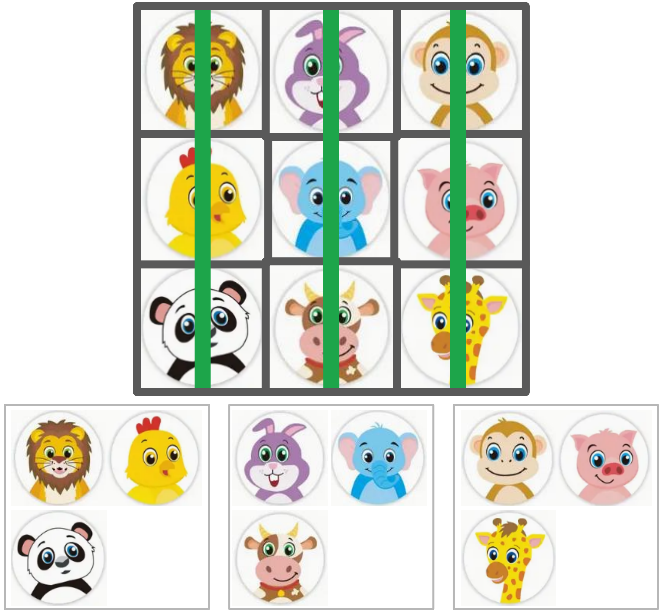
Nuestra propia versión de Dobble



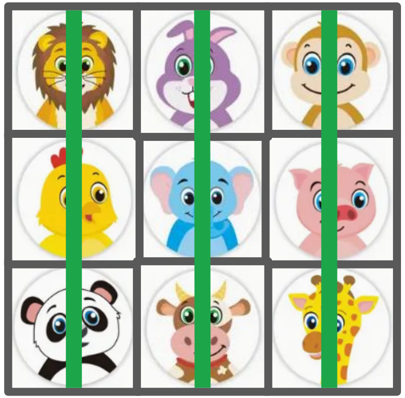
Nuestra propia versión de Dobble



Nuestra propia versión de Dobble

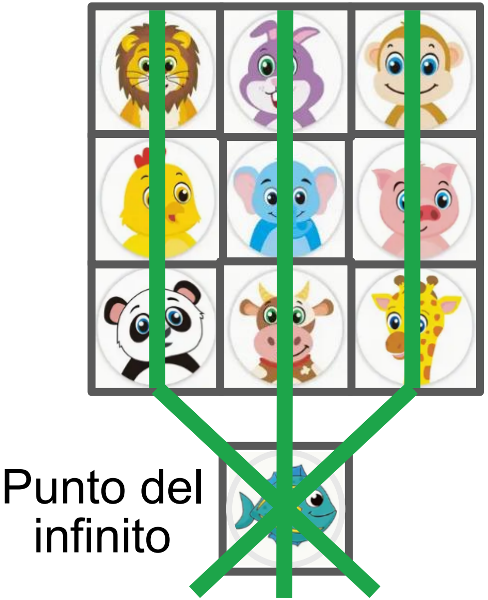


Nuestra propia versión de Dobble



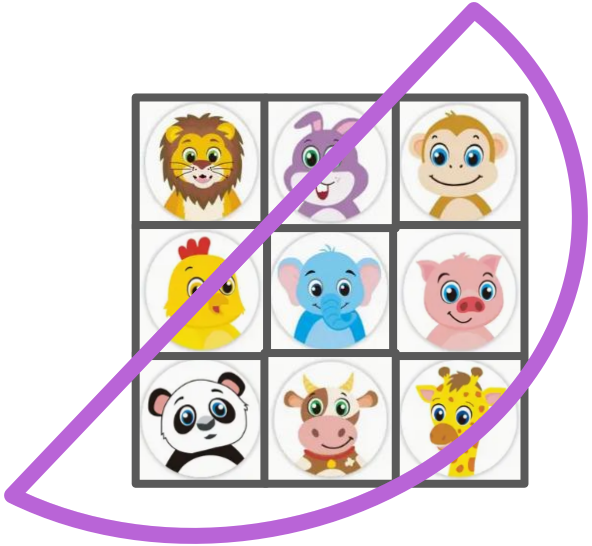
Punto del infinito

Nuestra propia versión de Dobble

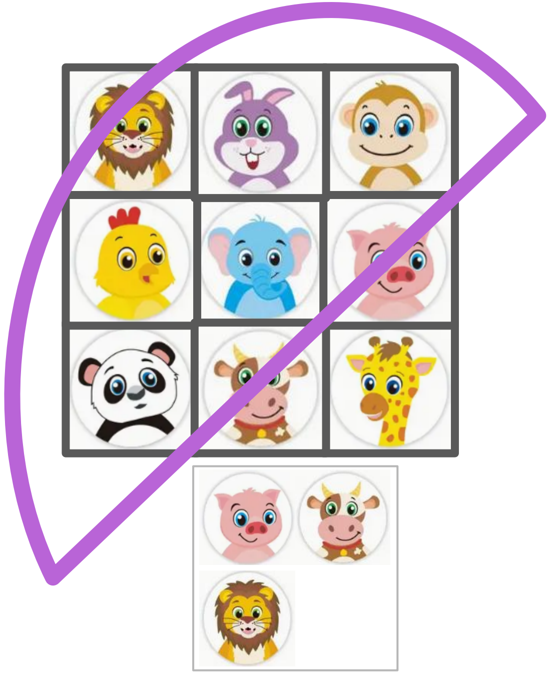


Nuestra propia versión de Dobble

Nuestra propia versión de Dobble



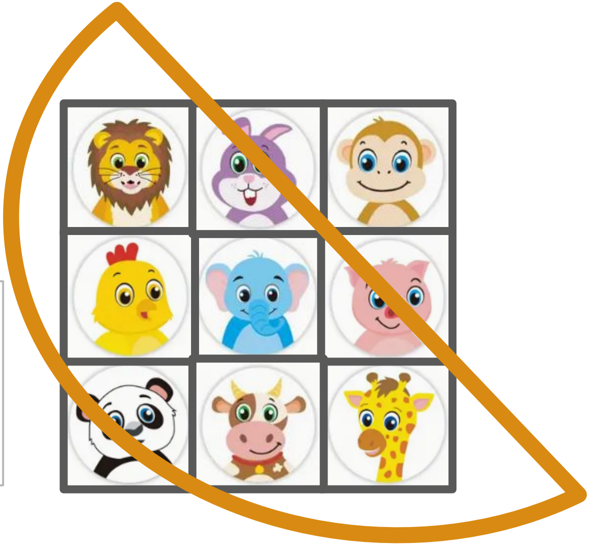
Nuestra propia versión de Dobble



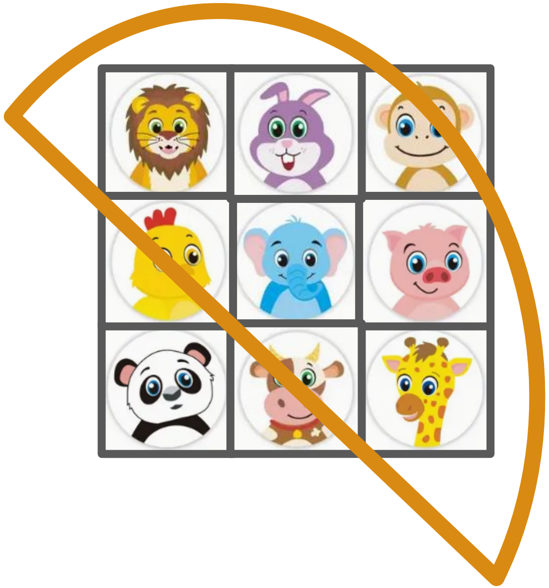
Nuestra propia versión de Dobble

Nuestra propia versión de Dobble

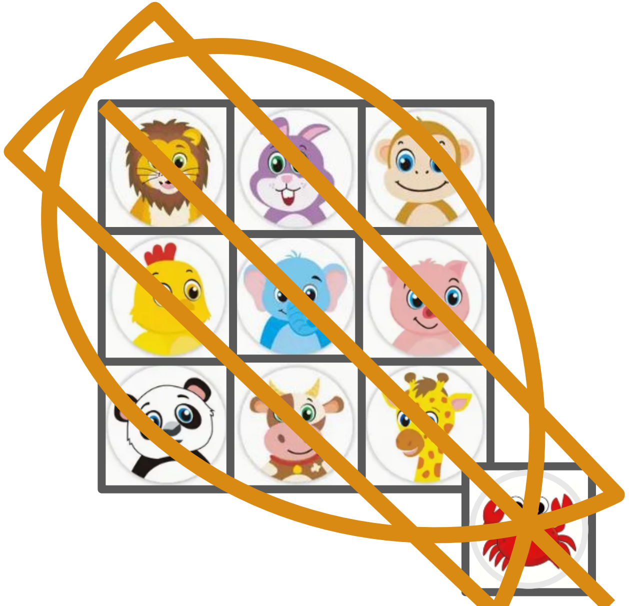
Nuestra propia versión de Dobble



Nuestra propia versión de Dobble

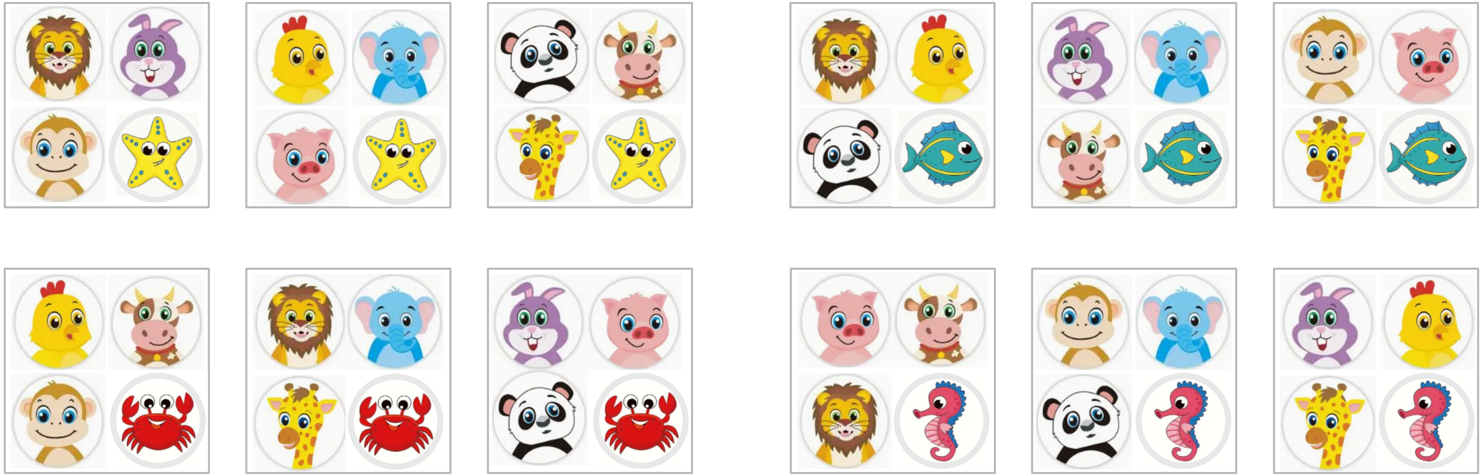


Nuestra propia versión de Dobble



Punto del infinito

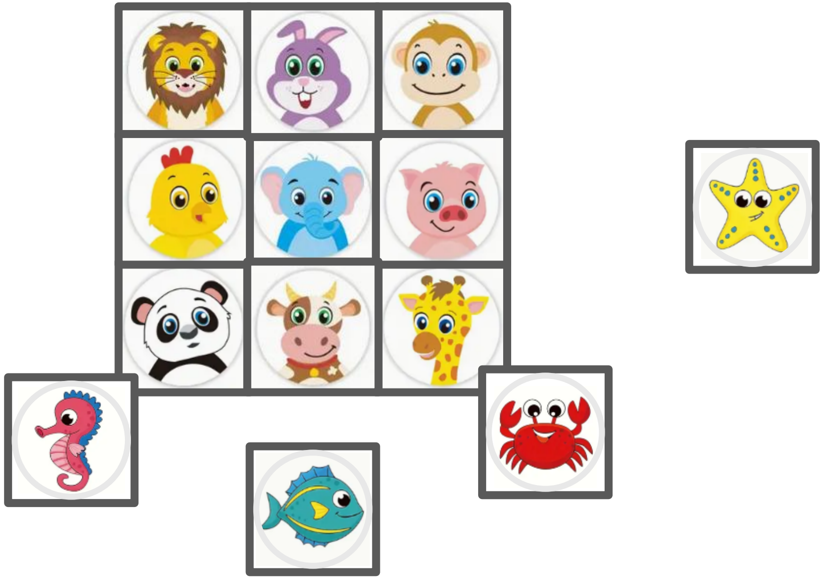
Nuestra propia versión de Dobble



Recta del infinito

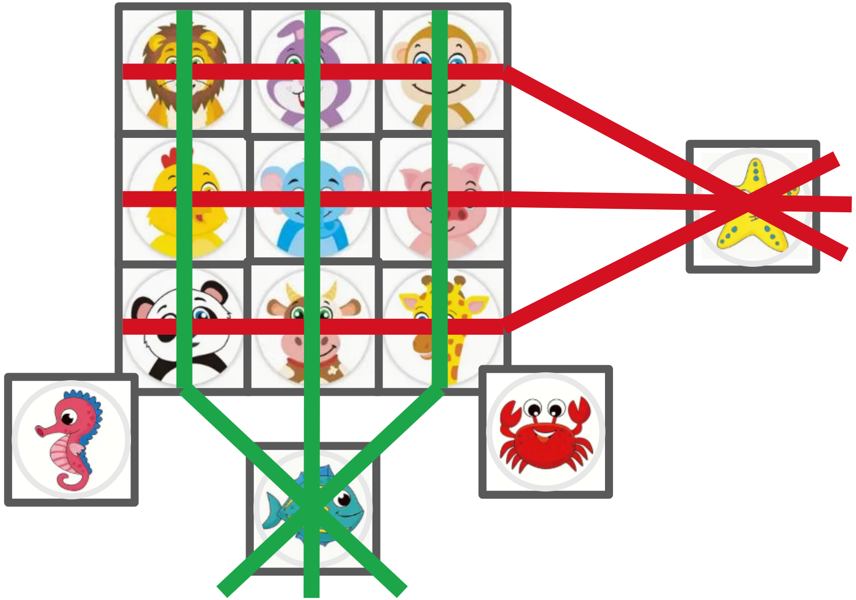
Nuestra propia versión de Dobble

Un nuevo espacio



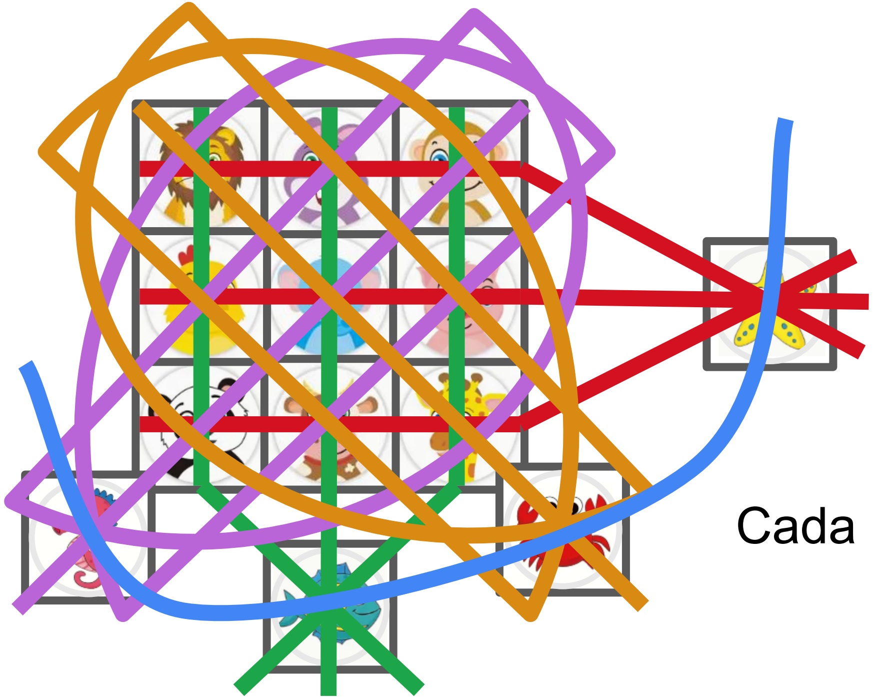
13 puntos

Un nuevo espacio



13 puntos

Un nuevo espacio



13 puntos

13 rectas

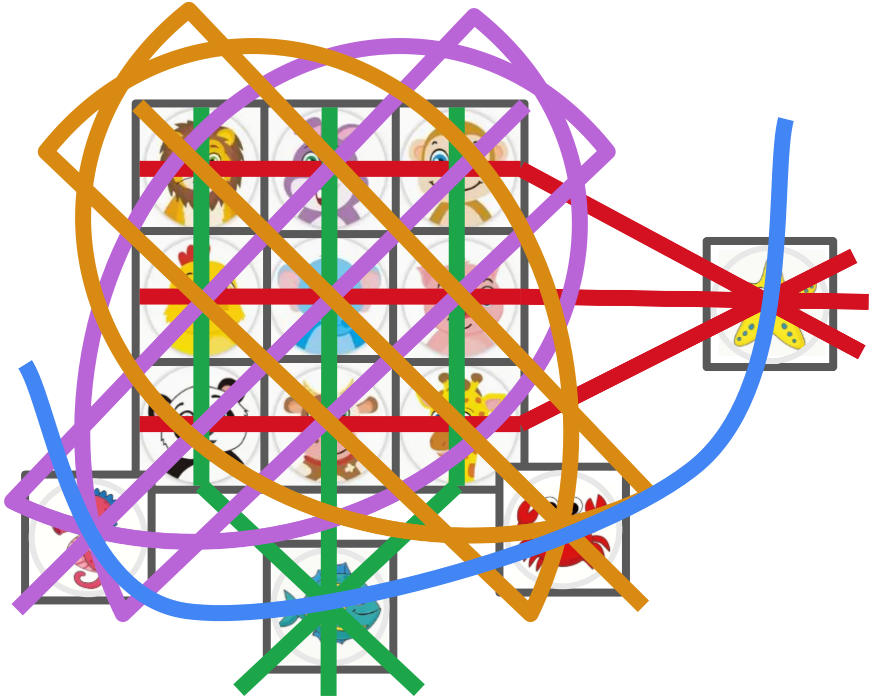
Plano proyectivo de orden 3

$3^2 + 3 + 1 = 13$

Cada recta está formada por 4 puntos

$3 + 1 = 4$

Un nuevo espacio con una “simetría” especial



13 puntos	⟷	13 rectas
Hay 4 puntos en cada recta	⟷	Pasan 4 rectas por cada punto

Un nuevo espacio con una “simetría” especial

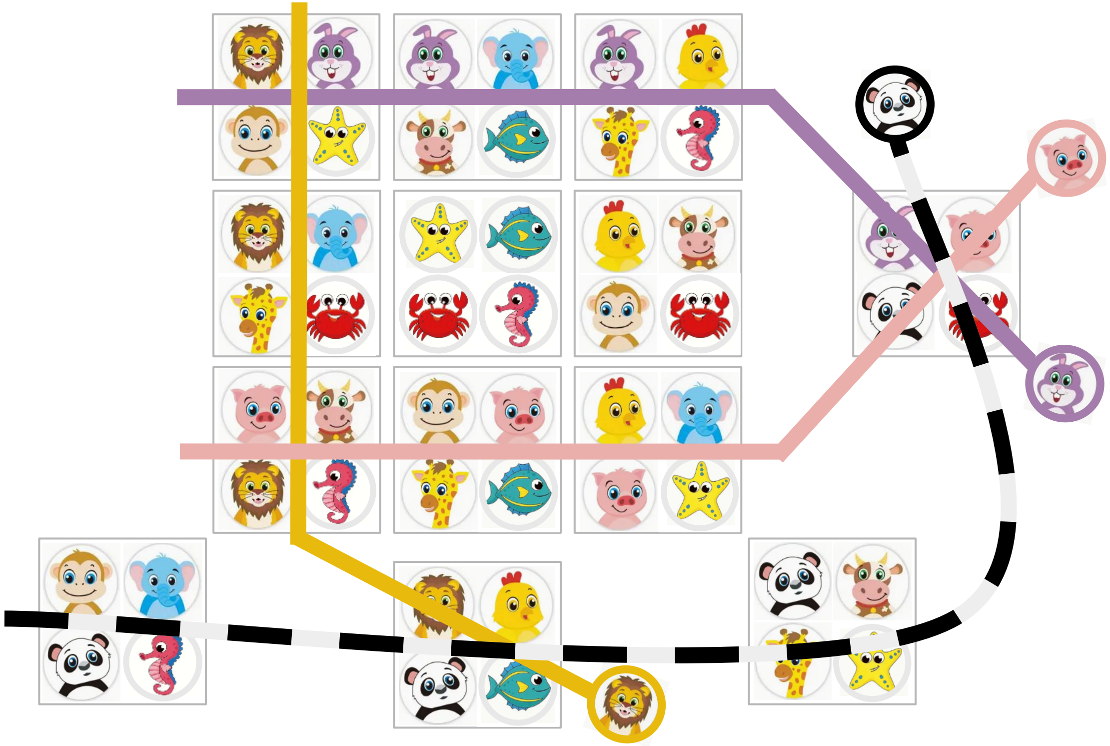
13 puntos	⟷	13 rectas
Hay 4 puntos en cada recta	⟷	Pasan 4 rectas por cada punto

Dos rectas SIEMPRE tienen un (único) punto en común. ⟷ Dados dos puntos, SIEMPRE habrá una (única) recta que pase por ellos.

Puntos y rectas son intercambiables.

DUALIDAD

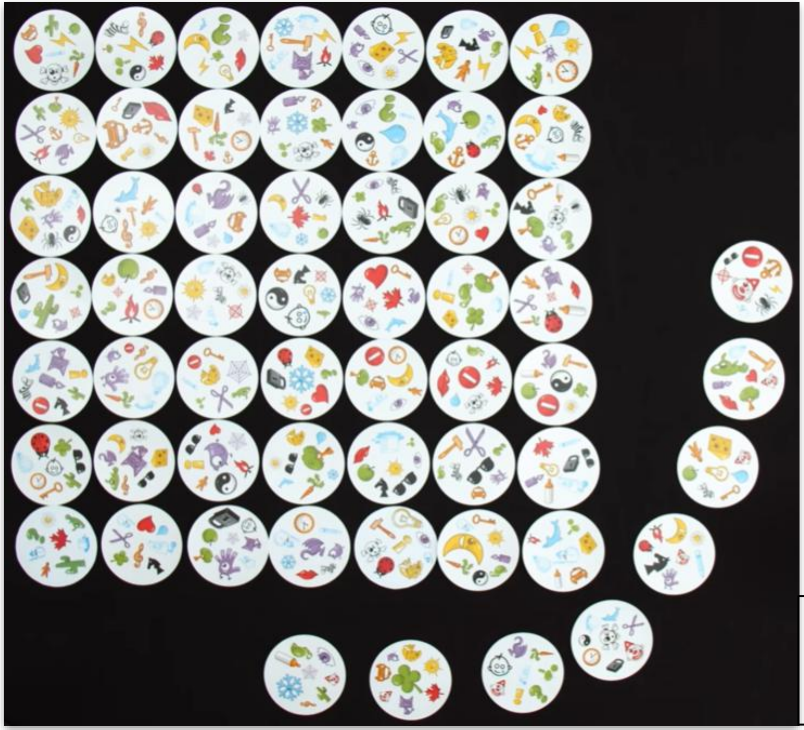
Un nuevo espacio con una “simetría” especial



¿Y el Dobble de verdad?

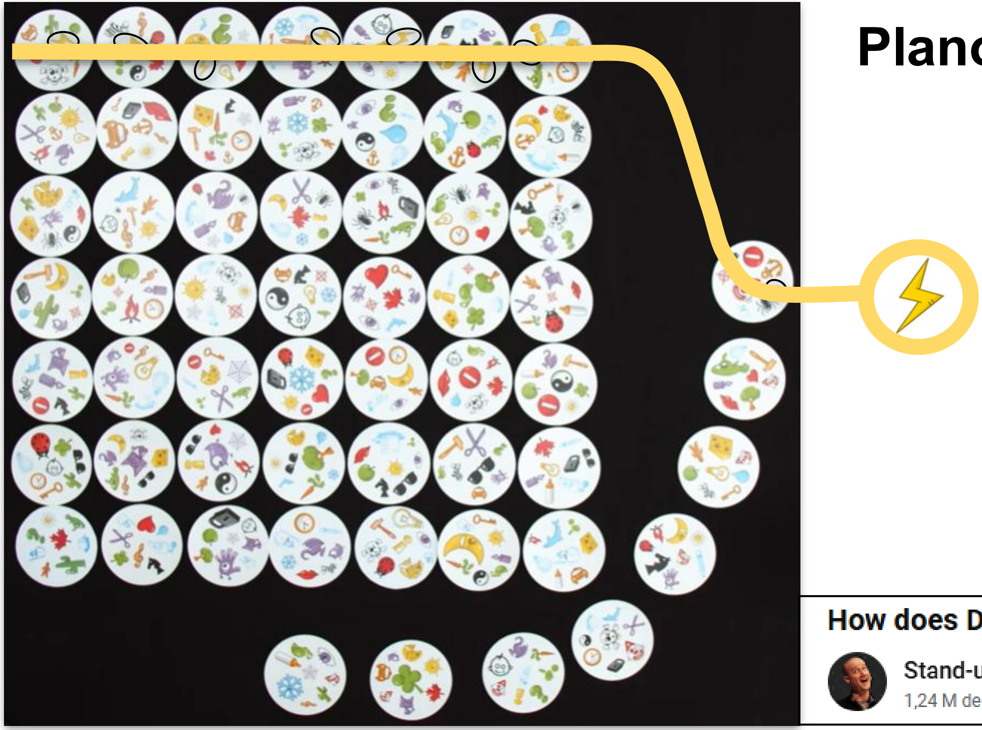
Plano proyectivo de orden 7

¿Y el Dobble de verdad?



Plano proyectivo de orden 7

¿Y el Dobble de verdad?



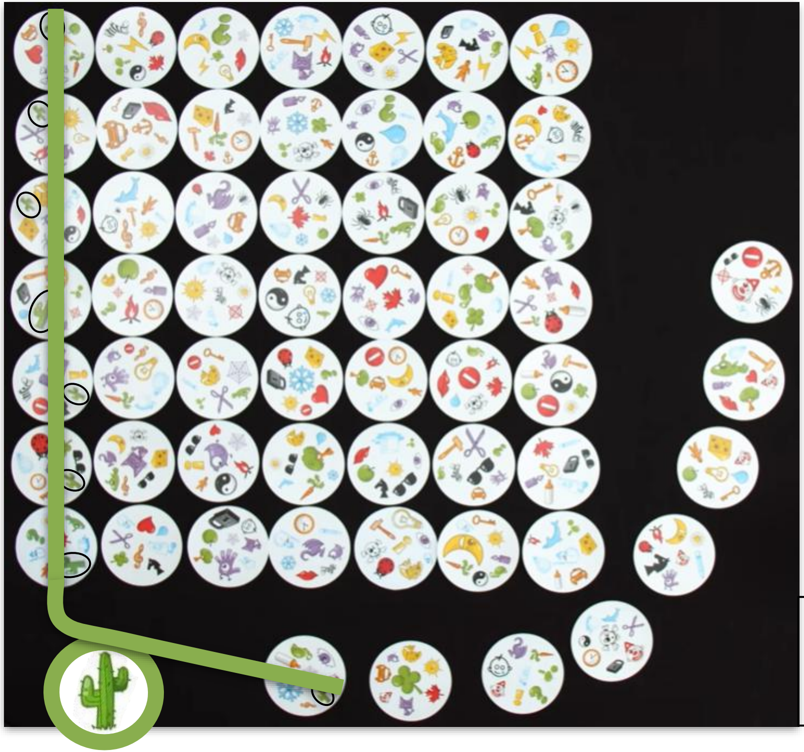
Plano proyectivo de orden 7

How does Dobble (Spot It) work?

Stand-up Maths

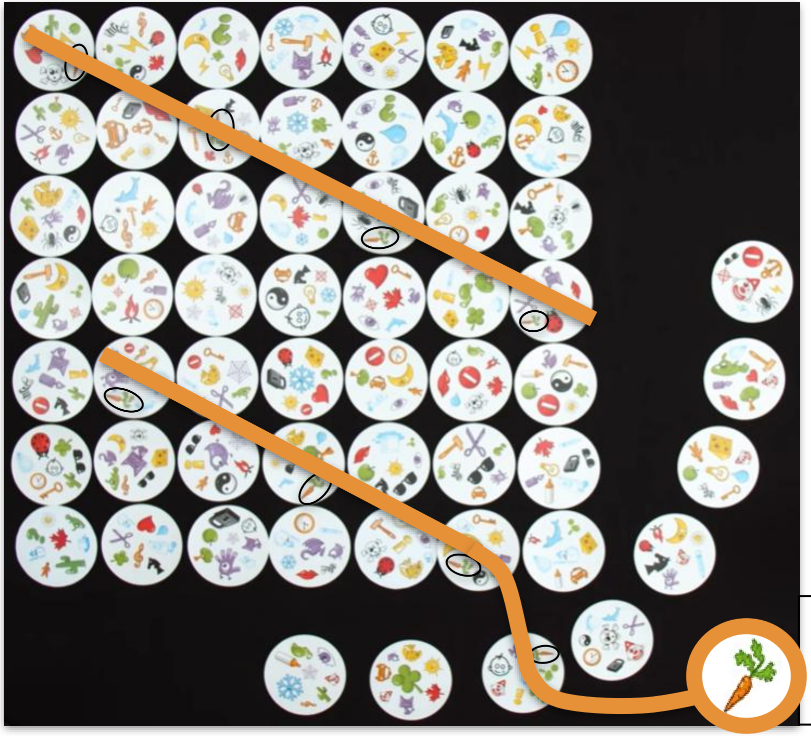
1,24 M de suscriptores

¿Y el Dobble de verdad?



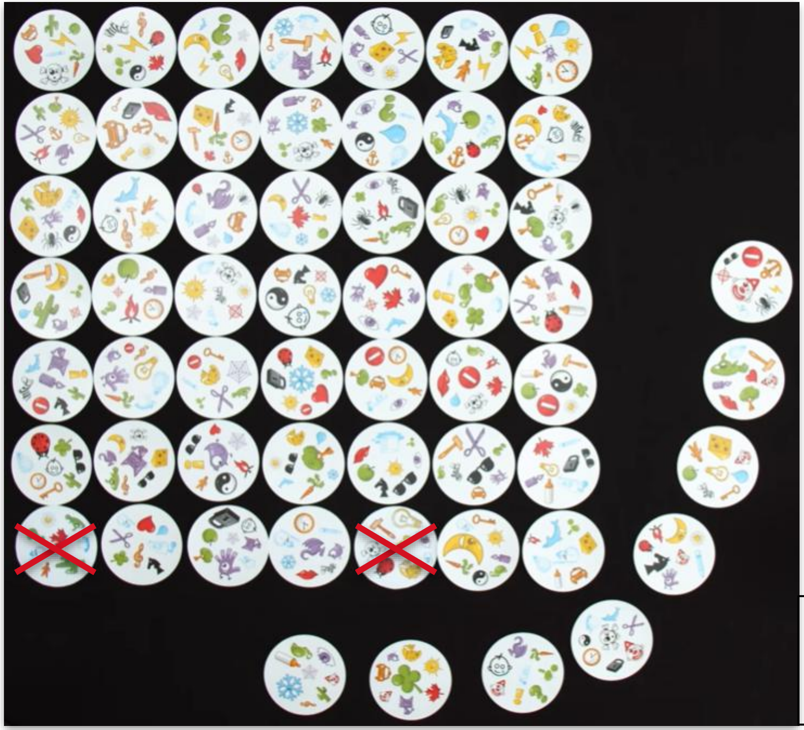
Plano proyectivo de orden 7

¿Y el Dobble de verdad?



Plano proyectivo de orden 7

¿Y el Dobble de verdad?



Plano proyectivo de orden 7

$$7^2 + 7 + 1 = 57$$

55

~~57~~ puntos (cartas)

57 rectas (símbolos)

$$7 + 1 = 8$$

Por cada punto pasan 8 rectas.

8 símbolos en cada carta.

How does Dobble (Spot It) work?

Stand-up Maths

1,24 M de suscriptores

¿Hay más?

Plano proyectivo
de orden 3

Plano proyectivo
de orden 7

Plano proyectivo
de orden 5

¿Hay más?

Plano proyectivo de orden 3

Plano proyectivo de orden 7

Plano proyectivo de orden 5

Podemos hacer esta misma construcción para conseguir un plano proyectivo de orden p para cualquier primo p

También hay formas de "apañarla" para p^n

¿Y para los números que no son potencia de un primo?

PROBLEMA ABIERTO

Algunas referencias

- McMahon, G., Gordon, G., Gordon, H. & Gordon, R., *The Joy of SET.*

- Cuadernos de Cultura Científica

  Ibáñez Torres, R. Matemáticas en el juego de cartas SET (1)

  Ibáñez Torres, R. Matemáticas en el juego de cartas SET (2)

- C. Salgado*. The Geometry of the Game Dobble*, NWD 2022 https://www.uu.nl/sites/default/files/Cecilia%20Salgado%20HandoutNWD2022.pdf

- Cid Araújo, J. A., Civeira Corral, S., Ferreiro García, C. & González Álvarez-Ron, I. *Dobble: un proyecto STEMbach basado en la Geometría Proyectiva*. Revista SUMA, nº 106

Algunas referencias

YouTube

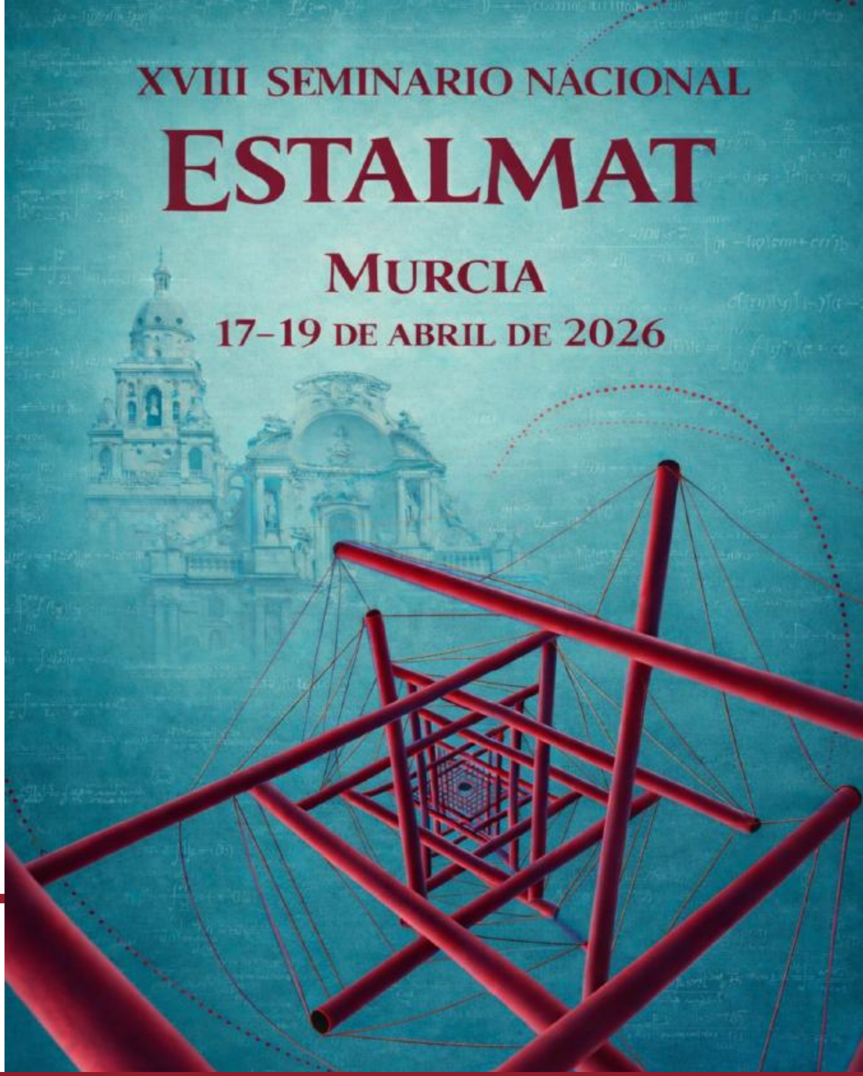
- Stand-up Maths
  https://www.youtube.com/watch?v=VTDKqW_GLkw

- Local Meadows
  https://www.youtube.com/watch?v=kAD5qMGceug

  https://www.youtube.com/watch?v=dykIHICiX1A

- Derivando
  https://www.youtube.com/watch?v=-g3r-uvDey0

¡¡¡MUCHAS GRACIAS!!!



f SéNeCa(+)
Agencia de Ciencia y Tecnología Región de Murcia
Región de Murcia
UNIVERSIDAD DE MURCIA
Facultad de Matemáticas
Grupo Aidas
www.grupoaidas.com
FECYT INNOVACIÓN
Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de España
innova-tsn